

PERTIDAKSAMAAN

A. SELANG

Himpunan bilangan real dapat digambarkan suatu garis yang disebut **garis bilangan**. **Selang** merupakan himpunan bagian dari garis bilangan.

Selang dibagi menjadi dua:

1. **Selang terbuka**, $a < x < b$, himpunan titik yang terdiri dari semua bilangan antara a dan b, tidak termasuk titik ujung a dan b. Lambang nya (a, b)
2. **Selang tertutup**, $a \leq x \leq b$, himpunan titik yang terdiri dari semua bilangan antara a dan b yang mencakup titik-titik ujungnya. Lambang penulisan $[a, b]$.

Beberapa cara penulisan selang

Penulisan Himpunan	Penulisan Selang	Grafik
$\{x a < x < b\}$	(a, b)	
$\{x a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	
$\{x a \leq x < b\}$	$[a, b)$	
$\{x a < x \leq b\}$	$(a, b]$	
$\{x x \leq b\}$	$(-\infty, b]$	
$\{x x < b\}$	$(-\infty, b)$	
$\{x x \geq a\}$	$[a, \infty)$	
$\{x x > a\}$	(a, ∞)	
\mathbb{R}	$(-\infty, \infty)$	

B. PERTIDAKSAMAAN

Bentuk umum pertidaksamaan:

$$\frac{f(x)}{g(x)} < \frac{h(x)}{k(x)}$$

Dengan $g(x)$ dan $h(x)$ tidak sama dengan nol dan $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$, dan $k(x)$.

Tanda $<$ dapat diganti menjadi $>$, \leq , \geq

Himpunan penyelesaian (HP) adalah semua himpunan bilangan real x yang memenuhi pertidaksamaan.

Cara menentukan himpunan penyelesaian:

1. Buat ruas kanan pertidaksamaan menjadi nol, $\frac{f(x)}{g(x)} - \frac{h(x)}{k(x)} < 0$
2. Samakan penyebutnya, $\frac{A(x)}{B(x)} < 0$
3. Tentukan faktor linier dari pembilang dan penyebut
4. Cari pembuat nolnya dari masing-masing faktor linier, lalu gambarkan dalam garis bilangan
5. Pilih titik-titik uji untuk menentukan tanda (+ atau -) dalam garis bilangan.

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan: $\frac{1}{3x-2} \leq 4$

Jawab:

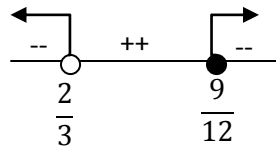
$$\frac{1}{3x-2} - 4 \leq 0$$

$$\frac{1}{3x-2} - \frac{4(3x-2)}{3x-2} \leq 0$$

$$\frac{1-12x+8}{3x-2} \leq 0$$

$$\frac{9-12x}{3x-2} \leq 0$$

Pembuat nol: $9-12x=0 \leftrightarrow x=\frac{9}{12}$ dan $3x-2=0 \leftrightarrow x=\frac{2}{3}$



Maka HP = $(-\infty, \frac{2}{3}) \cup [\frac{9}{12}, \infty)$ atau $\{x \mid x < \frac{2}{3} \text{ atau } x \geq \frac{9}{12}\}$

C. NILAI MUTLAK, AKAR KUADRAT, KUADRAT

Nilai mutlak suatu bilangan real x dinyatakan oleh $|x|$, didefinisikan sebagai

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

Contoh:

$$|10| = 10$$

$$|-3| = -(-3) = 3$$

Sifat-sifat harga mutlak:

1. $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$
2. $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$
3. $|a + b| \leq |a| + |b|$ (ketaksamaan segitiga)
4. $|a - b| \geq ||a| - |b||$

Ketaksamaan yang menyangkut nilai mutlak

$$|x| < a \leftrightarrow -a < x < a$$

$$|x| > a \leftrightarrow x < -a \text{ atau } x > a$$

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian dari ketaksamaan: $\left|\frac{x}{2} + 7\right| \geq 2$

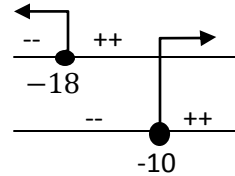
Jawab:

karena pada soal tanda pertidaksamaan \geq maka ketaksamaan di atas menjadi

$$\frac{x}{2} + 7 \leq -2 \text{ atau } \frac{x}{2} + 7 \geq 2$$

Maka untuk menentukan himpunan penyelesaiannya adalah dengan menyelesaikan kedua pertidaksamaan tersebut.

1. $\frac{x}{2} + 7 + 2 \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x+18}{2} \leq 0 \Leftrightarrow x + 18 = 0 \Leftrightarrow x = -18$
2. $\frac{x}{2} + 7 - 2 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x+10}{2} \geq 0 \Leftrightarrow x + 10 = 0 \Leftrightarrow x = -10$



Maka HP = $(-\infty, -18] \cup [-10, \infty)$ atau $\{x|x \leq -18 \text{ atau } x \geq -10\}$

AKAR KUADRAT

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

KUADRAT

$$x^2 = |x|^2$$

Untuk ketaksamaan yang menyangkut nilai mutlak

$$|x| < a \Leftrightarrow x^2 < a^2$$

$$|x| > a \Leftrightarrow x^2 > a^2$$