

KALKULUS PREDIKAT

KALIMAT BERKUANTOR

A. PREDIKAT DAN KALIMAT BERKUANTOR

Dalam tata bahasa, predikat menunjuk pada bagian kalimat yang memberi informasi tentang subjek. Dalam ilmu logika, kalimat-kalimat yang memerlukan subjek disebut **Predikat**. Predikat biasanya disimbolkan dengan huruf. Perhatikan contoh berikut.

. . . terbang ke bulan.

. . . lebih tebal dari kamus.

Keduanya merupakan kalimat yang tidak lengkap. Agar menjadi kalimat yang lengkap, haruslah disubstitusikan suatu subjek dibagian depan kalimat. Misalnya, jika subjek “buku ini” disubstitusikan ke kalimat “. . . lebih tebal dari kamus”, maka kalimat tersebut menjadi “Buku ini lebih tebal dari kamus”.

Misalkan: p : terbang ke bulan

q : lebih tebal dari kamus

maka baik p maupun q adalah predikat-predikat. Untuk menyatakan perlunya substitusi subjek (yang tidak diketahui), maka dituliskan sebagai $p(x)$ dan $q(y)$.

Salah satu cara mengubah predikat menjadi kalimat adalah dengan mensubstitusikan variabelnya dengan nilai-nilai tertentu. Misalkan $p(x)$: “ x habis dibagi 5” dan x disubstitusikan dengan 35, maka $p(x)$ menjadi kalimat benar karena 35 habis dibagi 5. Cara lain adalah dengan menambahkan **kuantor** pada kalimat. Kuantor adalah kata-kata seperti “beberapa”, “semua” dan kata-kata lain yang menunjukkan berapa banyak elemen yang dibutuhkan agar predikat menjadi benar.

Ada dua macam kuantor untuk menyatakan jumlah objek, yaitu:

1. Kuantor Universal

Kuantor universal menunjukkan bahwa setiap objek dalam semestanya mempunyai sifat kalimat yang menyatakanya. Simbol untuk kuantor universal adalah “ \forall ”, dibaca “untuk semua” atau “ untuk setiap”. Misalkan $p(x)$: “ x dapat mati” . Pernyataan “semua manusia dapat mati” ditulis dalam symbol: $(\forall x) p(x)$.

Pernyataan $(\forall x) p(x)$ bernilai benar jika hanya jika $p(x)$ benar untuk semua $p(x)$ dalam semestanya dan bernilai salah jika ada x yang menyebabkan $p(x)$ salah.

2. Kuantor Eksistensial.

Kuantor Eksistensial menunjukkan bahwa diantara objek-objek dalam semestanya, paling sedikit ada satu objek (atau lebih) yang mempunyai sifat kalimat yang menyatakannya. Simbol kuantor eksistensial adalah “ \exists ” dibaca “terdapat”, “ada”, “beberapa”. Pernyataan $(\exists x) q(x)$ bernilai benar jika dan hanya jika ada paling sedikit satu x yang menyebabkan $q(x)$ benar dan bernilai salah jika untuk semua x dalam semestanya, $q(x)$ salah.

Variabel x dalam $p(x)$ disebut variabel bebas karena jika x berubah maka nilai $p(x)$ pada umumnya juga berubah. Sebaliknya, variabel x dalam $(\forall x) p(x)$ merupakan variabel terikat karena nilai $(\forall x) p(x)$ tidak lagi tergantung dari nilai x . Variabel x terikat oleh kuantor \forall .

LATIHAN

Tentukan nilai kebenaran pernyataan berikut:

1. $(\forall \text{ bilangan real } x) x^2 \geq 0$.
2. $(\forall \text{ bilangan real } x) x^2 \neq -1$
3. $(\exists \text{ bilangan bulat } m) m^2 = m$
4. $(\forall \text{ bilangan bulat } x) x^2 - 2 \geq 0$
5. $(\exists \text{ bilangan bulat } x) x^2 - 10x + 21 = 0$

B. NEGASI KALIMAT BERKUANTOR

Perhatikan kalimat : “Semua penumpang dalam bis yang bertabrakan selamat”. Kalimat diatas bernilai salah jika ada penumpang yang meninggal.

Sebaliknya, kalimat “Ada penumpang yang selamat dalam kecelakaan bis” dikatakan salah jika semua penumpang meninggal dalam kecelakaan bis itu.

Secara umum, ingkaran kalimat: “ semua x bersifat $p(x)$ ” adalah “ Ada x yang tidak bersifat $p(x)$ ”, dan ingkaran kalimat: “ Ada x yang bersifat $q(x)$ ” adalah “ Semua x tidak bersifat $q(x)$ ”. Jadi

$$\sim [(\forall x) p(x)] \equiv (\exists x) \sim p(x)$$

$$\sim [(\exists x) q(x)] \equiv (\forall x) \sim q(x)$$

LATIHAN

Tentukan negasi dari pernyataan berikut:

1. Semua bilangan cacah adalah bilangan real.
2. Beberapa bilangan asli adalah bilangan rasional.
3. Tidak ada bilangan prima yang genap.
4. Semua mahasiswa tidak suka belajar.
5. Tidak ada guru yang senang menari.
6. $(\exists x) (\cos x + \sin x = 1)$.
7. $(\forall x) [(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1]$.