

KALIMAT BERKUANTOR

A. EMPAT PERNYATAAN DALAM LOGIKA TRADISIONAL

Logika tradisional menekankan empat tipe pernyataan yang diilustrasikan dalam pernyataan berikut:

Semua ikan paus adalah hewan menyusui.

Tak ada ikan paus yang termasuk hewan menyusui.

Beberapa ikan paus adalah hewan menyusui.

Beberapa ikan paus tidak termasuk hewan menyusui.

(a). Afirmatif Umum

Perhatikan pernyataan:

Semua ikan paus adalah hewan menyusui.

Pernyataan diatas dapat dinyatakan sebagai:

Untuk setiap x , jika x adalah ikan paus, maka x adalah hewan menyusui.

Misal:

$h(x)$: x adalah ikan paus.

$m(x)$: x adalah hewan menyusui.

maka pernyataan diatas dapat ditulis dengan simbol:

$$(\forall x) (h(x) \Rightarrow m(x))$$

(b). Negatif Umum

Perhatikan pernyataan:

Tidak ada ikan paus yang termasuk hewan menyusui.

Pernyataan diatas sama artinya dengan:

Semua ikan paus tidak termasuk hewan menyusui.

atau dapat dinyatakan sebagai:

Untuk setiap x , jika x adalah ikan paus, maka x bukan hewan menyusui.

Jadi, pernyataan diatas dapat ditulis dalam simbol berikut:

$$(\forall x) (h(x) \Rightarrow \sim m(x))$$

(c). Afirmatif khusus

Perhatikan kalimat:

Beberapa ikan paus adalah hewan menyusui.

Pernyataan ini dapat dinyatakan dalam ungkapan lain, yaitu:

Terdapat x, sedemikian sehingga x adalah ikan paus dan x adalah hewan menyusui.
Atau dinyatakan dalam simbol berikut:

$$(\exists x) (h(x) \wedge m(x))$$

(d). Negatif khusus

Pernyataan:

Beberapa ikan paus bukan hewan menyusui
adalah contoh dari negatif umum.

Pernyataan diatas sama artinya dengan:

Terdapat x, sedemikian sehingga x adalah ikan paus dan x bukan hewan menyusui.
Atau dinyatakan dalam simbol berikut:

$$(\exists x) (h(x) \wedge \sim m(x))$$

B. PERNYATAAN YANG MENGANDUNG RELASI

Kalimat berkuantor yang telah dibahas dalam bagian sebelumnya dapat diperluas dengan menambah beberapa kuantor sekaligus pada kalimat yang sama. Perhatikan kalimat berikut:

(a). Semua pria mencintai wanita

Kalimat diatas sama artinya dengan

Untuk semua x, y, jika x adalah pria dan y adalah wanita, maka x mencintai y.

Misal: $p(x)$: x adalah pria

$w(y)$: y adalah wanita

$r(x,y)$: x mencintai y

maka simbol untuk pernyataan diatas adalah:

$$(\forall x) (\forall y) [(p(x) \wedge w(y)) \Rightarrow r(x,y)]$$

(b). Semua wanita mencintai semua pria.

$$(\forall x) (\forall y) [(p(x) \wedge w(y)) \Rightarrow r(y,x)]$$

(c). Beberapa pria mencintai beberapa wanita.

Kalimat diatas sama artinya dengan

Terdapatlah x dan y sedemikian sehingga x adalah pria dan y adalah wanita dan x mencintai y.

Simbol pernyataan diatas adalah:

$$(\exists x) (\exists y) [p(x) \wedge w(y) \wedge r(x,y)]$$

(d). Semua pria mencintai beberapa wanita

Kalimat diatas sama artinya dengan

Untuk setiap x, jika x adalah pria, maka terdapat y sedemikian sehingga y adalah wanita dan x mencintai y.

Simbol pernyataan diatas adalah

$$(\forall x) [p(x) \Rightarrow (\exists y) (w(y) \wedge r(x,y))]$$

(e). Beberapa pria mencintai semua wanita

Kalimat diatas sama artinya dengan

Terdapatlah x sedemikian sehingga x adalah pria dan untuk setiap y, jika y adalah wanita, maka x mencintai y.

Simbol pernyataan diatas adalah

$$(\exists x) [p(x) \wedge (\forall y) (w(y) \Rightarrow r(x,y))]$$

Kalimat diatas juga mempunyai arti yang sama dengan kalimat

Untuk semua x, jika x adalah wanita, maka terdapatlah y sedemikian sehingga y adalah pria dan y mencintai x.

yang mempunyai simbol

$$(\forall x) [w(x) \Rightarrow (\exists y) (p(y) \wedge r(y,x))]$$

LATIHAN

1. Misalkan $P(x)$: x adalah bilangan prima

$E(x)$: x adalah bilangan genap

$A(x)$: x adalah bilangan ganjil

$B(x,y)$: x faktor y

Terjemahkan tiap-tiap simbol berikut kedalam pernyataan:

a. $P(23)$

b. $E(2) \wedge P(2)$

c. $(\forall x) (B(2,x) \Rightarrow E(x))$

d. $(\exists x) (E(x) \wedge B(x,6))$

e. $(\forall x) (\sim E(x) \Rightarrow \sim B(2,x))$

f. $(\forall x) [P(x) \Rightarrow (\exists y) (E(y) \wedge B(x,y))]$

g. $(\forall x) [E(x) \Rightarrow (\forall y) (B(x,y) \Rightarrow E(y))]$

h. $(\exists x) [A(x) \wedge (\forall y) (P(y) \Rightarrow \sim B(x,y))]$

2. Nyatakan kalimat berikut dalam bentuk simbol-simbol.

- a. Semua burung hidup dalam air.
- b. Hanya direktur yang mempunyai sekretaris pribadi.
- c. Orang bali tidak semuanya bisa menari.
- d. Tidak ada sesuatu pun di dalam rumah itu yang lolos dari kebakaran.
- e. Beberapa obat berbahaya, kecuali jika digunakan dalam dosis yang tepat.
- f. Setiap manusia akan sehat jika ia makan makanan yang bergizi dan sering berolahraga.