

PEMBUKTIAN VALIDITAS ARGUMENT BERKUANTOR

Untuk menyusun bukti langsung validitas sebuah argument yang mengandung kuantor dan fungsi proposisi, kita memerlukan aturan tambahan baru. Ada empat aturan tambahan, yaitu:

1. Universal Instantiation (UI)

$$(\forall x) M(x)$$

$$\therefore M(a) \quad (a \text{ adalah lambang individual})$$

2. Universal Generalization (UG)

$$M(a)$$

$$\therefore (\forall x) M(x)$$

3. Existential Generalization (EG)

$$M(a)$$

$$\therefore (\exists x) M(x)$$

4. Existential Instantiation (EI)

$$(\exists x) M(x)$$

$$\therefore M(y) \quad (y \text{ adalah konstanta individual selain 'a' yang tidak pernah muncul dalam pembuktian})$$

Contoh 1:

Semua kucing adalah hewan menyusui.

Puppy adalah seekor kucing.

Jadi, Puppy adalah hewan menyusui.

Pembuktian dapat dilakukan dengan langkah berikut:

- | | |
|--|------------------------|
| 1. $(\forall x) (K(x) \Rightarrow H(x))$ | Pr |
| 2. $K(p)$ | Pr / $\therefore H(p)$ |
| 3. $K(p) \Rightarrow H(p)$ | 1, UI |
| 4. $H(p)$ | 2,3 MP |

Contoh 2:

Semua bilangan cacah adalah bilangan real.

Tak ada bilangan real yang habis dibagi nol.

Jadi, tak ada bilangan cacah yang habis dibagi nol.

Langkah pembuktian argument diatas adalah:

- | | |
|---|--|
| 1. $(\forall x) (A(x) \Rightarrow B(x))$ | Pr |
| 2. $(\forall x) (B(x) \Rightarrow \sim C(x))$ | Pr / $\therefore (\forall x) (A(x) \Rightarrow \sim C(x))$ |
| 3. $A(a) \Rightarrow B(a)$ | UI |
| 4. $B(a) \Rightarrow \sim C(a)$ | UI |
| 5. $A(a) \Rightarrow \sim C(a)$ | 3,4 HS |
| 6. $(\forall x) (A(x) \Rightarrow \sim C(x))$ | 5 UG |

LATIHAN

Susunlah bukti formal validitas argument berikut:

- Semua bilangan prima adalah bilangan asli.
-6 bukan bilangan asli.
Jadi, -6 bukan bilangan prima.
- Tak ada fungsi linear yang grafiknya berbentuk parabola.
Fungsi $y = ax^2 + bx + c$ grafiknya berbentuk parabola.
Jadi, fungsi $y = ax^2 + bx + c$ bukan fungsi linear.
- Semua bilangan yang angka akhirnya nol habis dibagi 5.
370 adalah bilangan yang angka akhirnya nol.
370 adalah bilangan genap.
Jadi, ada bilangan genap yang habis dibagi 5.
- $(\exists x) (\sim B(x) \wedge A(x))$
 $(\forall x) (\sim A(x) \vee B(x)) / \therefore (\sim B(x) \vee A(x))$
- $(\forall x) (P(x) \Rightarrow Q(x))$
 $(\forall x) \sim (Q(x) \wedge R(x)) / \therefore (\forall x) \sim (R(x) \wedge P(x))$
- Hanya matriks yang berdeterminan nol yang tidak mempunyai invers.

Tak semua matriks yang mempunyai invers merupakan matrik 2×2 .

Jadi, ada beberapa matriks yang berdeterminan nol tapi merupakan matriks 2×2 .

$$7. (\forall x) (K(x) \Rightarrow (L(x) \Rightarrow M(x)))$$

$$(\forall x) (K(x) \Rightarrow L(x)) / \therefore (\forall x) (K(x) \Rightarrow M(x))$$