

METODE BIG-M

MATAKULIAH RISET OPERASIONAL

Pertemuan Ke-7

Riani Lubis

Jurusan Teknik Informatika

Universitas Komputer Indonesia

Pendahuluan (1)

- Pendekatan standar yang digunakan disebut teknik variabel artifisial (*artificial-variable technique*).
- Teknik ini menyajikan masalah artifisial dengan memperkenalkan variabel *dummy* (disebut variabel artifisial) ke dalam masing-masing kendala yang membutuhkannya.
- Variabel ini sengaja dimunculkan untuk dijadikan variabel basis awal persamaan tersebut.
- Fungsi tujuan dimodifikasi untuk memberikan pinalti yang tinggi karena nilai-nilai yang dimiliki lebih besar daripada nol.

Pendahuluan (2)

- Pada pendekatan ini, variabel artifisial dalam fungsi tujuan diberi suatu biaya sangat besar (dalam perhitungan komputer biasanya 3 atau 4 kali besarnya dibandingkan bilangan lain dalam model). Dalam praktik, huruf M digunakan sebagai biaya dalam masalah minimasi dan $-M$ sebagai keuntungan dalam masalah maksimasi dengan asumsi M adalah suatu angka positif yang besar.
- Iterasi pada metode simpleks kemudian secara otomatis memaksa variabel artifisial menghilang (menjadi nol), sampai seluruhnya habis.

Formulasi model matematik

F. Tujuan : **Maks/Min** $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$

F. Pembatas :

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \geq b_2$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$
$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

Bentuk standar

F. Tujuan : **Maks** $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n - MR_n$
atau

Min $Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n + MR_n$

F. Pembatas :

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + S_1 = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n - S_2 + R_1 = b_2$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + R_n = b_m$$
$$x_1, x_2, \dots, x_n, S_1, S_2, R_1, \dots, R_n \geq 0$$

- Dimana :
R : variabel artificial
M : nilai pinalti
- Variabel artificial fungsinya sama dengan variabel slack, yaitu untuk mengubah variabel non-basis menjadi variabel basis
- Variabel surplus ($-S_m$) diproses sebagai variabel non-basis.
- Nilai pinalti (M) merupakan nilai yang sangat besar untuk mengurangi variabel artificial

Contoh 1

F. Tujuan : maks $Z = 3X_1 + 5X_2$

F. Pembatas :

$$\begin{aligned}X_1 &\leq 4 \\2X_2 &\leq 12 \\3X_1 + 2X_2 &= 18 \\X_1, X_2 &\geq 0\end{aligned}$$

Bentuk standar :

F. Tujuan : maks $Z = 3X_1 + 5X_2 + 0S_1 + 0S_2 - MR_3$

F. Pembatas :

$$\begin{aligned}X_1 + S_1 &= 4 \\2X_2 + S_2 &= 12 \\3X_1 + 2X_2 + R_3 &= 18 \\X_1, X_2, S_1, S_2, R_3 &\geq 0\end{aligned}$$

$$R_3 = 18 - 3X_1 - 2X_2$$

Maka diperoleh fungsi tujuan :

Maksimasi

$$\begin{aligned} Z &= 3X_1 + 5X_2 - MR_3 \\ &= 3X_1 + 5X_2 - M(18 - 3X_1 - 2X_2) \\ &= 3X_1 + 5X_2 - 18M + 3MX_1 + 2MX_2 \\ &= (3+3M)X_1 + (5+2M)X_2 - 18M \end{aligned}$$

$$\mathbf{Z - (3+3M)X_1 - (5+2M)X_2 = - 18M}$$

ITERASI 0

EV

BASIS	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	R_3	SOLUSI
Z	1	$(-3-3M)$	$(-5-2M)$	0	0	0	-18M
S_1	0	1	0	1	0	0	4
S_2	0	0	2	0	1	0	12
R_3	0	3	2	0	0	1	18

RASIO

4

∞

6

ITERASI 1

BASIS	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	SOLUSI
Z	1	0	$(-5-2M)$	$(3+3M)$	0	0	$-6M+12$
X_1	0	1	0	1	0	0	4
S_2	0	0	2	0	1	0	12
R_3	0	0	2	-3	0	1	6

RASIO

∞

6

3

ITERASI 2

BASIS	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	SOLUSI
Z	1	0	0	-9/2	0	$(5/2+M)$	27
X_1	0	1	0	1	0	0	4
S_2	0	0	0	3	1	-1	6
X_2	0	0	1	-3/2	0	1/2	3

RASIO

4

2

-2

ITERASI 3

BASIS	Z	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	SOLUSI
Z	1	0	0	0	3/2	$(1+M)$	36
X_1	0	1	0	0	-1/3	1/3	2
S_1	0	0	0	1	1/3	-1/3	2
X_2	0	0	1	0	1/2	0	6

Solusi Optimal : $X_1 = 2$ $X_2 = 6$ $Z = 36$

Contoh 2

F. Tujuan : $\min \quad Z = 3X_1 + 5X_2$

F. Pembatas :

$$\begin{aligned} X_1 &\leq 4 \\ 2X_2 &= 12 \\ 3X_1 + 2X_2 &\geq 18 \\ X_1, X_2 &\geq 0 \end{aligned}$$

Bentuk standar :

F. Tujuan : $\min \quad Z = 3X_1 + 5X_2 + 0S_1 + 0S_3 + MR_2 + MR_3$

F. Pembatas :

$$\begin{aligned} X_1 + S_1 &= 4 \\ 2X_2 + R_2 &= 12 \\ 3X_1 + 2X_2 - S_3 + R_3 &= 18 \\ X_1, X_2, S_1, S_3, R_2, R_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

$$R_2 = 12 - 2X_2$$

$$R_3 = 18 - 3X_1 - 2X_2 + S_3$$

Maka diperoleh fungsi tujuan :

Minimasi

$$\begin{aligned} Z &= 3X_1 + 5X_2 + MR_2 + MR_3 \\ &= 3X_1 + 5X_2 + M(12 - 2X_2) + M(18 - 3X_1 - 2X_2 + S_3) \\ &= 3X_1 + 5X_2 - 12M + 2MX_2 + 18M - 3MX_1 - 2MX_2 + MS_3 \\ &= (3 - 3M)X_1 + (5 - 4M)X_2 + MS_3 + 30M \end{aligned}$$

Maka diperoleh,

$$\mathbf{Z - (3 - 3M)X_1 - (5 - 4M)X_2 - MS_3 = 30M}$$

ITERASI 0

BASIS	Z	X_1	X_2	S_1	S_3	R_2	R_3	SOLUSI	RASIO
Z	1	$(-3+3M)$	$(-5+4M)$	0	-M	0	0	30M	∞
S_1	0	1	0	1	0	0	0	4	
R_2	0	0	2	0	0	1	0	12	6
R_3	0	3	2	0	-1	0	1	18	9

ITERASI 1

BASIS	Z	X_1	X_2	S_1	S_3	R_2	R_3	SOLUSI	RASIO
Z	1	$(-3+3M)$	0	0	-M	$(5/2-2M)$	0	$30+6M$	
S_1	0	1	0	1	0	0	0	4	9
X_2	0	0	1	0	0	1/2	0	6	∞
R_3	0	3	0	0	-1	-1	1	6	2

ITERASI 2

BASIS	Z	X_1	X_2	S_1	S_3	R_2	R_3	SOLUSI
Z	1	0	0	0	-1	$(3/2-M)$	$(1-M)$	36
S_1	0	0	0	1	$1/3$	$1/3$	$-1/3$	2
X_2	0	0	1	0	0	$1/2$	0	6
X_1	0	1	0	0	$-1/3$	$-1/3$	$1/3$	2

Solusi Optimal : $X_1 = 2$
 $X_2 = 6$
 $Z = 36$