NIM: ______________ Nama :________________________________ Kelas : ____________

Pertemuan 10 Interpolasi Newton

Tujuan Pembelajaran:

1. Mahasiswa dapat menggunakan metode Lagrange untuk melakukan interpolasi.
2. Mahasiswa dapat menuliskan polinom Newton berdasarkan ordenya dan sebaliknya dapat menyebutkan orde polinom.
3. Mahasiswa dapat melengkapi table selisih terbagi.
4. Mahasiswa dapat menggunakan polinom Newton untuk melakukan interpolasi.
5. Mahasiswa dapat menyebutkan kelebihan dan kekurangan dari metode polinom Newton jika dibandingkan dengan polinom Lagrange.

POLINOM LAGRANGE

Secara umum untuk titik n+1, persamaan polinom Lagrange dirumuskan

$$p_n(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i L_i(x) = a_0 L_0(x) + a_1 L_1(x) + \ldots + a_n L_n(x) \quad \text{dimana } L_i(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq i}}^{n} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)} \text{ dan } a_i = y_i$$

Berdasarkan persamaan diatas maka untuk interpolasi menggunakan 2 titik, persamaan polinom lagrange yang digunakan adalah

$$p_1(x) = \sum_{i=0}^{1} a_i L_i(x) = a_0 L_0(x) + a_1 L_1(x) \text{ dengan } a_0 = y_0,\, a_1 = y_1$$

$$L_0(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq 0}}^{1} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)} = \frac{(x - x_1)}{(x_0 - x_1)}, \quad L_1(x) = \prod_{\substack{j=0 \\ j\neq 1}}^{1} \frac{(x - x_j)}{(x_i - x_j)} = \frac{(x - x_0)}{(x_1 - x_0)}$$

Buatlah polinom lagrange jika menggunakan 3 titik, tentukan pula yang menjadi a_0, a_1, a_2 dan L_0, L_1, L_2

$p_2(x) =$ ____ $, a_0 =$ ____ $, a_1 =$ ____ $, a_2 =$ ____

$L_0(x) =$

Diberikan data berikut ini

Nilai x	1.5	2	2.5	3
y=f(x)	0.04979	0.01832	0.00673	0.00248

Gunakan polinom interpolasi lagrange dengan 2 titik dan 3 titik untuk menghitung nilai x = 2.2

Data diatas adalah hasil perhitungan fungsi $y = e^{-2x}$, hitunglah nilai x = 2.2 sebenarnya dan tentukan erornya dari hasil perhitungan x=2.2 dengan menggunakan interpolasi lagrange 2 titik dan 3 titik.

Apa kelemahan metode Lagrange?

NIM: _______________ Nama :_________________________________ Kelas : _____________

POLINOM NEWTON

Kelebihan polinom Newton adalah polinom yang terbentuk sebelumnya dapat digunakan untuk menghitung polinom pada orde selanjutnya.

Untuk orde = 0 polinom Newton dapat dituliskan sebagai $p_0(x) = a_0$

Untuk orde = 1 polinom Newton dapat dituliskan sebagai $p_1(x) = \boxed{a_0} + a_1(x - x_0)$ atau

$$p_1(x) = \boxed{p_0(x)} + a_1(x - x_0)$$

Untuk orde = 2 polinom Newton dituliskan sebagai $p_2(x) = \boxed{a_0 + a_1(x - x_0)} + a_2(x - x_0)(x - x_1)$

atau dapat dituliskan menjadi : $p_2(x) = \boxed{p_1(x)} + a_2(x - x_0)(x - x_1)$

Untuk orde = 3 polinom Newton dituliskan jadi: $p_3(x) =$ ______________________________________

atau dapat dituliskan menjadi : $p_3(x) =$ ______________________________________

sehingga untuk orde = n maka : $p_n(x) =$ ____

atau dapat dituliskan menjadi : $p_n(x) =$ ____

Dimana, nilai $a_0 = f(x_0)$, $a_1 = f[x_1, x_0]$, $a_2 = f[x_2, x_1, x_0]$ maka $a_3 =$_______________________

dan $a_n =$ ______________________________.

Fungsi $f[x_1, x_0]$, $f[x_2, x_1, x_0]$, $f[x_3, x_2, x_1, x_0]$ dst. disebut dengan **Fungsi Selisih Terbagi**. Fungsi ini didefinisikan sebagai

1. $f[x_1, x_0] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$ dan jika akan menghitung $f[x_2, x_1] = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$ maka jika

   $f[x_3, x_2] =$ _____________________ dan $f[x_4, x_3] =$ _______________________

2. $f[x_2, x_1, x_0] = \frac{f[x_2, x_1] - f[x_1, x_0]}{x_2 - x_0} = \frac{\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} - \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}}{x_2 - x_0}$

3. $f[x_3, x_2, x_1] = \frac{f[x_3, x_2] - f[x_2, x_1]}{x_3 - x_1} =$____

Sehingga $f[x_3, x_2, x_1, x_0] =$ _________________________

Untuk memudahkan penghitungan nilai fungsi terbagi maka dapat disusun terlebih dahulu table selisih terbagi. Tabel bisa dilihat sebagai berikut: (Lengkapi tabel yang kosong)

x_i	$f(x_i)$	ST-1	ST-2	ST-3	ST-4
x_0	$f(x_0)$	$f[x_1, x_0]$	__________	______________	________________
x_1	$f(x_1)$	$f[x_2, x_1]$	$f[x_3, x_2, x_1]$	$f[x_4, x_3, x_2, x_1]$	
x_2	$f(x_2)$	$f[x_3, x_2]$	$f[x_4, x_3, x_2]$		
x_3	$f(x_3)$	_________			
x_4	$f(x_4)$				

NIM: _____________ Nama :______________________________ Kelas : ___________

Penerapan Interpolasi Newton

Menggunakan data yang sama untuk menaksir nilai f(2.2) dari kasus interpolasi Lagrange hitunglah tabel selisih terbagi berikut ini

x_i	$f(x_i)$	ST-1	ST-2	ST-3
1.5	0.04979	-0.06294		
2	0.01832			
2.5	0.00673			
3	0.00248			

Jika menggunakan interpolasi 3 titik maka $x_0 = 1.5, x_1 = 2$ dan $x_2 = 2.5$ maka

$f[x_1, x_0] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0} = \frac{0.01832 - 0.04979}{2 - 1.5}$ =-0.06294 ,

Hitung pula untuk $f[x_2, x_1]$ dan $f[x_3, x_2]$ untuk diisi pada tabel diatas

$f[x_3, x_2, x_1]$= $\frac{f[x_3,x_2] - f[x_2,x_1]}{x_3 - x_1}$=____

Hitung pula untuk $f[x_2, x_1, x_0]$dan $f[x_3, x_2, x_1, x_0]$ untuk diisi pada tabel diatas

Jika menggunakan 3 titik $x_0 = 1.5, x_1 = 2$ dan $x_2 = 2.5$ maka polinom Newton menjadi:

$$p_2(x) = a_0 + a_1(x - x_0) + a_2(x - x_0)(x - x_1)$$

Untuk $p_2(2.2) = 0.04979 + (-0.06294)(2.2 - 1.5) +$ ___________________ $=$

Hitunglah jika dilakukan interpolasi menggunakan 4 titik untuk menghitung f(2.2)

Bagaimana jika dilakukan interpolasi menggunakan 2 titik yaitu $x_0 = 2$ dan $x_1 = 2.5$ maka menggunakan tabel selisih terbagi diatas yang menjadi $a_0 =$ ___________ dan $a_1 =$ ___________ sehingga menggunakan $p_1(x) = a_0 + a_1(x - x_0)$ diperoleh nilai

$p_1(x) = 0.01832 +$ ____________________=__________________

Jika digunakan $x_0 = 2, x_1 = 2.5$ dan $x_2 = 3$. Hitung kembali nilai taksiran untuk f(2.2)

NIM: _______________ Nama :_________________________________ Kelas : _____________

Perbandingan Lagrange dengan Newton

Berdasarkan apa yang telah dipaparkan maka tuliskan kelebihan dari Metode Newton jika dibandingkan dengan metode Lagrange ?

Coba amati tabel selisih terbagi. Adakah kekurangan dari metode Newton? (Amati apa yang terjadi jika ada dua nilai f(x) bernilai sama)

Tabel selisih terbagi

Dapat digunakan script pada Scilab untuk menghitung interpolasi dan tabel selisih terbagi. Berikut akan dibuat script untuk memunculkan tabel selisih terbagi. Lengkapi script berikut!

```
function T=tabelST(x, f)
    //x = vektor baris dari nilai-nilai variabel x
    //f = vektor baris dari nilai-nilai fungsi di x
    [m,n]=size (f);
    //Asumsi ukuran x sama dengan f
    A(:,1)=f';
    for j = 1 : n-1
        for i = 1: ________

            ____________________________________________
        end
    end
    T=[x' A];
Endfunction
```

```
Command Window

--> x=[1 1.5 2 2.5 3]

--> f=[0.04979 0.01832 0.00673 0.00248]

--> T=tabelST(x,f)
```