

CONTOH MENGHITUNG GALAT TRAPESIUM

Hitung integral $\int_{1,8}^{3,4} e^x dx$ dengan kaidah trapesium. Ambil $h = 0,2$ perkirakan batas-batas galatnya.

Penyelesaian:

$$f(x) = e^x$$

$$\text{Jumlah pias adalah } n = \frac{b-a}{h} = \frac{3,4-1,8}{0,2} = 8$$

i	x_i	$f(x_i)$
0	1,8	6,050
1	2,0	7,389
2	2,2	9,025
3	2,4	11,023
4	2,6	13,464
5	2,8	16,445
6	3,0	20,086
7	3,2	24,533
8	3,4	29,964

Nilai integral numeriknya:

$$\begin{aligned}\int_a^b f(x) &\approx \frac{h}{2} \left(f_0 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f_i + f_n \right) \\ &\approx \frac{0,2}{2} (6,050 + 2 \cdot (7,389) + \dots + 2(24,533) + 29,964) \approx 23,994\end{aligned}$$

nilai integrasi sejatinya adalah:

$$\int_{1,2}^{3,4} e^x dx = e^x \Big|_{x=1,2}^{x=3,4} = e^{3,4} - e^{1,8} = 29,964 - 6,050 = 23,914$$

Galat kaidah trapesium:

$$E = -\frac{h^2}{12} (b-a) f''(t), 1,8 < t < 3,4$$

Karena $f(x) = e^x$, $f'(x) = e^x$, dan $f''(x) = e^x$ maka

$$E = -\frac{1}{2} 0,2^2 (3,4 - 1,8) e^x, 1,8 < t < 3,4$$

Sehingga batas-batas galatnya:

$$E = -\frac{1}{12} (0,2)^2 (3,4 - 1,8) \times \begin{cases} e^{1,8}(\min) = -0,0323(\min) \\ e^{3,4}(\max) = -0,1598(\max) \end{cases} \quad \text{atau } -0,0323 < E < -0,1598$$

Nilai sejati harus terletak antara

$$23,994 - 0,1598 = 23,834 \quad \text{atau} \quad 23,994 - 0,0323 = 23,962$$

Nilai sejati 23,914 terletak antara 23,962 dan 23,834

Sehingga galat integrasi numerik adalah $23,914 - 23,994 = -0,080$ yang terletak antara galat minimum $(-0,0323)$ dan maksimum $(-0,1598)$