

## PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN

JUMLAH PERTEMUAN : 1 PERTEMUAN

TUJUAN INSTRUKSIONAL KHUSUS :

Mendesripsikan konsep dasar persamaan dan pertidaksamaan

**Materi** :

### 2.1 Pendahuluan

Kalimat matematika ada 2, yaitu:

1. Kalimat matematika terbuka, adalah kalimat yang belum pasti kebenarannya

Contoh:  $2x + 5 = 8$

2. Kalimat matematika tertutup, adalah kalimat yang sudah pasti kebenarannya

Contoh:  $4 = 2 + 2$

Persamaan adalah kalimat matematika terbuka yang memiliki relasi “sama dengan” atau “=”. Sedangkan Pertidaksamaan adalah kalimat matematika terbuka yang memiliki relasi , “<, >, ≤, ≥”.

### 2.2 Selang

Himpunan bilangan real dapat digambarkan suatu garis yang disebut **garis bilangan**. **Selang** merupakan himpunan bagian dari garis bilangan.

Selang dibagi menjadi dua:

1. **Selang terbuka**,  $a < x < b$ , himpunan titik yang terdiri dari semua bilangan antara a dan b, tidak termasuk titik ujung a dan b. Lambang penulisan  $(a, b)$
2. **Selang tertutup**,  $a \leq x \leq b$ , himpunan titik yang terdiri dari semua bilangan antara a dan b yang mencakup titik-titik ujungnya. Lambang penulisan  $[a, b]$ .



Beberapa cara penulisan selang

Tabel 2.1 Cara Penulisan Selang

Penulisan Himpunan	Penulisan Selang	Grafik
$\{x a < x < b\}$	$(a, b)$	
$\{x a \leq x \leq b\}$	$[a, b]$	
$\{x a \leq x < b\}$	$[a, b)$	
$\{x a < x \leq b\}$	$(a, b]$	
$\{x x \leq b\}$	$(-\infty, b]$	
$\{x x < b\}$	$(-\infty, b)$	
$\{x x \geq a\}$	$[a, \infty)$	
$\{x x > a\}$	$(a, \infty)$	
$\mathbb{R}$	$(-\infty, \infty)$	



### 2.3 Pertidaksamaan

Bentuk umum pertidaksamaan:

$$\frac{f(x)}{g(x)} < \frac{h(x)}{k(x)}$$

Dengan  $g(x)$  dan  $h(x)$  tidak sama dengan nol dan  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$ , dan  $k(x)$ .

Tanda  $<$  dapat diganti menjadi  $>$ ,  $\leq$ ,  $\geq$

**Himpunan penyelesaian (HP)** adalah semua himpunan bilangan real  $x$  yang memenuhi pertidaksamaan.

Cara menentukan himpunan penyelesaian:

1. Buat ruas kanan pertidaksamaan menjadi nol,  $\frac{f(x)}{g(x)} - \frac{h(x)}{k(x)} < 0$
2. Samakan penyebutnya,  $\frac{A(x)}{B(x)} < 0$
3. Tentukan faktor linier dari pembilang dan penyebut
4. Cari pembuat nolnya dari masing-masing faktor linier, lalu gambarkan dalam garis bilangan
5. Pilih titik-titik uji untuk menentukan tanda (+ atau -) dalam garis bilangan.

**Contoh:**

Tentukan himpunan penyelesaian dari pertidaksamaan:  $\frac{1}{3x-2} \leq 4$

**Jawab:**

$$\frac{1}{3x-2} - 4 \leq 0$$

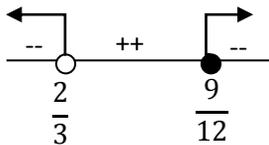
$$\frac{1}{3x-2} - \frac{4(3x-2)}{3x-2} \leq 0$$

$$\frac{1-12x+8}{3x-2} \leq 0$$



$$\frac{9 - 12x}{3x - 2} \leq 0$$

Pembuat nol:  $9 - 12x = 0 \leftrightarrow x = \frac{9}{12}$  dan  $3x - 2 = 0 \leftrightarrow x = \frac{2}{3}$



Maka HP =  $(-\infty, \frac{2}{3}) \cup [\frac{9}{12}, \infty)$  atau  $\{x \mid x < \frac{2}{3} \text{ atau } x \geq \frac{9}{12}\}$

## 2.4 Nilai Mutlak, Akar Kuadrat, dan Kuadrat

### 2.4.1 Nilai mutlak

Nilai mutlak adalah suatu bilangan real  $x$  dinyatakan oleh  $|x|$ , didefinisikan sebagai

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

**Contoh:**

$$|10| = 10$$

$$|-3| = -(-3) = 3$$

Sifat-sifat harga mutlak:

1.  $|a \cdot b| = |a| |b|$
2.  $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$
3.  $|a + b| \leq |a| + |b|$  (ketaksamaan segitiga)
4.  $|a - b| \geq ||a| - |b||$

**Ketaksamaan yang menyangkut nilai mutlak** Jika  $a \geq 0$  maka

$$|x| < a \leftrightarrow -a < x < a$$

$$|x| > a \leftrightarrow x < -a \text{ atau } x > a$$



**Contoh:**

Tentukan himpunan penyelesaian dari ketaksamaan:  $\left| \frac{x}{2} + 7 \right| \geq 2$

**Jawab:**

karena pada soal tanda pertidaksamaan  $\geq$  maka ketaksamaan di atas menjadi

$$\frac{x}{2} + 7 \leq -2 \text{ atau } \frac{x}{2} + 7 \geq 2$$

Maka untuk menentukan himpunan penyelesaiannya adalah dengan menyelesaikan kedua pertidaksamaan tersebut.

1.  $\frac{x}{2} + 7 + 2 \leq 0 \leftrightarrow \frac{x+18}{2} \leq 0 \leftrightarrow x + 18 \leq 0 \leftrightarrow x \leq -18$

2.  $\frac{x}{2} + 7 - 2 \geq 0 \leftrightarrow \frac{x+10}{2} \geq 0 \leftrightarrow x + 10 \geq 0 \leftrightarrow x \geq -10$

Maka HP =  $(-\infty, -18] \cup [-10, \infty)$  atau  $\{x|x \leq -18 \text{ atau } x \geq -10\}$

**2.4.2 Akar Kuadrat**

Setiap bilangan positif mempunyai dua akar kuadrat.

$$\sqrt{x^2} = |x|$$

Contoh:

$$\sqrt{16} = 4$$

Tetapi Solusi dari persamaan  $x^2 - 4 = 0$

$$x^2 - 4 = 0 \leftrightarrow x^2 = 4 \leftrightarrow \sqrt{x^2} = \sqrt{4} \leftrightarrow x = \pm 2$$

**2.4.3 Kuadrat**

$$x^2 = |x|^2$$

Untuk ketaksamaan yang menyangkut nilai mutlak



$$|x| < a \leftrightarrow x^2 < a^2$$

$$|x| > a \leftrightarrow x^2 > a^2$$

Contoh: Tentukan solusi dari pertidaksamaan  $|x - 2| < 3|x + 7|$ !

Jawab:

$$|x - 2| < 3|x + 7| \leftrightarrow (x - 2)^2 < 9(x + 7)^2$$

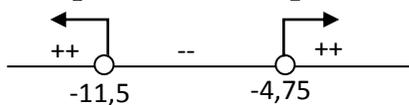
$$\leftrightarrow x^2 - 4x + 4 < 9x^2 + 126x + 441$$

$$\leftrightarrow 8x^2 + 130x + 437 > 0$$

Misal

$$8x^2 + 130x + 437 = 0 \leftrightarrow x_{1,2} = \frac{-130 \pm \sqrt{130^2 - 4(8)(437)}}{2(8)} = \frac{-130 \pm 54}{16}$$

Maka  $x_1 = -4,75$  dan  $x_2 = -11,5$



Maka himpunan penyelesaiannya adalah:  $HP = (-\infty, -11,5) \cup (-4,75, \infty)$

## 2.5 Latihan

1. Nyatakan himpunan penyelesaian dari ketaksamaan yang diberikan dalam cara penulisan selang dan sketsakan grafiknya
  - a.  $3x + 5 > 7x + 17$
  - b.  $-3 < 4x - 9 < 11$
  - c.  $x^2 - 5x + 6 > 0$



d.  $\frac{7}{2x} < 3$

2. Carilah himpunan penyelesaian dari ketaksamaan yang diberikan

a.  $|2x + 4| < 8$

b.  $\left|\frac{x}{2} + 7\right| \geq 2$

3. Selesaikan ketaksamaan berikut

a.  $|2x - 5| < |x + 4|$

b.  $|3x - 1| < 2|x + 6|$