LOGIKA

Program Studi Teknik Informatika
Fakultas Teknik dan Ilmu Komputer
Universitas Komputer Indonesia

Apa itu Logika ?

Logika

Logic

Logos

Manthiqi

Logika

- Logika merupakan ilmu yang membantu dalam bepikir dan menalar (*reasoning*).
- Penalaran didasarkan pada hubungan antara pernyataan-pernyataan (*statements*).
- Menalar artinya mencapai kesimpulan dari berbagai pernyataan.

Contoh 1

Perhatikan argumen di bawah ini :

Jika anda mahasiswa Informatika maka anda tidak sulit belajar Bahasa Java. Jika anda tidak suka begadang maka anda bukan mahasiswa Informatika. Tetapi, anda sulit belajar Bahasa Java dan anda tidak suka begadang. Jadi, anda bukan mahasiswa Informatika

Apakah penarikan kesimpulan dari argumen di atas valid ?

Alat bantu untuk memahami argumen tsb adalah Logika

Contoh 2

Perhatikan urutan pernyataan di bawah ini :

Indra, Ical, Dani adalah sekelompok pembunuh. Mereka tertangkap dan sedang diinterogasi oleh polisi dengan poligraph.

Indra berkata : “Ical bersalah dan Dani tidak bersalah”

Ical berkata : “Jika Indra bersalah maka Dani bersalah”

Dani berkata : “Saya tidak bersalah, tetapi Ical atau Indra bersalah”

Tentukan siapa sajakah yang bersalah bila hasil tes poligraph menunjukkan bahwa Ical telah berbohong, sementara itu kedua temannya mengatakan kebenaran !

Alat bantu menjawab pertanyaan ini adalah **Logika**

Proposisi

- Kalimat deklaratif yang bernilai benar (*true*) atau salah (*false*), tetapi tidak keduanya.
- Nama lain proposisi: **kalimat terbuka**.
- Proposisi Tunggal disebut juga sebagai **proposisi atomik**

Contoh Proposisi Atomik

a) 13 adalah bilangan ganjil
b) Soekarno adalah alumnus UGM.
c) 1 + 1 = 2
d) 8 $\geq$ akar kuadrat dari 8 + 8
e) Ada monyet di bulan
f) Hari ini adalah hari Rabu
g) Untuk sembarang bilangan bulat $n \geq 0$, maka $2n$ adalah bilangan genap
h) $x + y = y + x$ untuk setiap x dan y bilangan riil

Contoh Bukan Proposisi

a) Jam berapa kereta api Argo Bromo tiba di Gambir?

b) Isilah gelas tersebut dengan air!

c) $x + 3 = 8$

d) $x > 3$

Kombinasi Proposisi

- Hasil kombinasi beberapa proposisi tunggal disebut sebagai **Proposisi Majemuk (Compound proposisi).**

- Kombinasi proposisi menggunakan operator logika, yaitu :
  - Operator Biner : AND & OR
  - Operator Uner : NOT $\Rightarrow$ hanya membutuhkan sebuah proposisi atomik

Operator Logika

1. Konjungsi (conjunction) $\Rightarrow$ DAN / AND

   p **AND** q $\qquad$ p **∧** q

2. Disjungsi (disjunction) $\Rightarrow$ ATAU / OR

   p **OR** q $\qquad$ p **∨** q

3. Ingkaran (negation) $\Rightarrow$ TIDAK / NOT

   TIDAK p $\qquad$ **~** p

Contoh Proposisi Majemuk (1)

p : Hari ini hujan

q : Murid-murid diliburkan dari sekolah

$\boldsymbol{p \wedge q}$: Hari ini hujan dan murid-murid diliburkan dari sekolah

$\boldsymbol{p \vee q}$: Hari ini hujan atau murid-murid diliburkan dari sekolah

$\boldsymbol{\sim p}$: Tidak benar hari ini hujan

(atau: Hari ini *tidak* hujan)

Contoh Proposisi Majemuk (2)

p : Hari ini panas

q : Hari ini cerah

*Hari ini **tidak** panas **tapi** cerah*

tapi $\approx$ ***dan*** $\Rightarrow \boldsymbol{\sim p \wedge q}$

*Hari ini **tidak** panas **dan tidak** cerah*

$\Rightarrow \boldsymbol{\sim p \wedge \sim q}$

Tidak** benar bahwa **hari ini panas dan cerah

hari ini panas dan cerah $\rightarrow$ $\boldsymbol{p \wedge q}$

$\Rightarrow \boldsymbol{\sim(p \wedge q)}$

Tabel Kebenaran :

p	q	~p	p∧q	p∨q
T	T	F	T	T
T	F	F	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	F

Contoh

p : 17 adalah bilangan prima (benar)

q : bilangan prima selalu ganjil (salah)

$p \wedge q$: 17 adalah bilangan prima dan bilangan prima selalu ganjil (salah)

Contoh Tabel Kebenaran

Tabel kebenaran digunakan untuk menentukan nilai kebenaran proposisi majemuk

Contoh proposisi majemuk : $(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge r)$.

p	q	r	$p \wedge q$	$\sim q$	$\sim q \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge r)$
T	T	T	T	F	F	T
T	T	F	T	F	F	T
T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	F	F	F	F
F	T	F	F	F	F	F
F	F	T	F	T	T	T
F	F	F	F	T	F	F

Proposisi Tautologi

Contoh : $p \vee \sim(p \wedge q)$

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$p \vee \sim(p \wedge q)$
T	T	T	F	T
T	F	F	T	T
F	T	F	T	T
F	F	F	T	T

Proposisi Kontradiksi

Contoh : $(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \sim(p \vee q)$
T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	F
F	F	F	F	T	F

Hukum DeMorgan

Dua buah proposisi majemuk memiliki nilai kebenaran yang identik.

Contoh : $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	T

Hukum-Hukum Logika

- Disebut juga Hukum-Hukum Aljabar Proposisi
- Digunakan untuk pembuktian keekivalenan dua buah proposisi, selain menggunakan tabel kebenaran.
- Khususya pada proposisi majemuk yang mempunyai n buah proposisi atomik. Dimana n bernilai besar.

1. Hukum identitas: - $p \vee \mathbf{F} \Leftrightarrow p$ - $p \wedge \mathbf{T} \Leftrightarrow p$	2. Hukum *null*/dominasi: - $p \wedge \mathbf{F} \Leftrightarrow \mathbf{F}$ - $p \vee \mathbf{T} \Leftrightarrow \mathbf{T}$
3. Hukum negasi: - $p \vee \sim p \Leftrightarrow \mathbf{T}$ - $p \wedge \sim p \Leftrightarrow \mathbf{F}$	4. Hukum idempoten: - $p \vee p \Leftrightarrow p$ - $p \wedge p \Leftrightarrow p$
5. Hukum involusi (negasi ganda): - $\sim(\sim \mathrm{p}) \Leftrightarrow p$	6. Hukum penyerapan (absorpsi): - $p \vee (p \wedge q) \Leftrightarrow p$ - $p \wedge (p \vee q) \Leftrightarrow p$
7. Hukum komutatif: - $p \vee q \Leftrightarrow q \vee p$ - $p \wedge q \Leftrightarrow q \wedge p$	8. Hukum asosiatif: - $p \vee (q \vee r) \Leftrightarrow (p \vee q) \vee r$ - $p \wedge (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \wedge r$
9. Hukum distributif: - $p \vee (q \wedge r) \Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ - $p \wedge (q \vee r) \Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	10. Hukum De Morgan: - $\sim(p \wedge q) \Leftrightarrow \sim p \vee \sim q$ - $\sim(p \vee q) \Leftrightarrow \sim p \wedge \sim q$

Contoh :

Tunjukkan bahwa $p \vee \sim(p \vee q)$ dan $p \vee \sim q$ keduanya ekivalen secara logika.

Penyelesaian :

$p \vee \sim(p \vee q)$	$\Leftrightarrow p \vee (\sim p \wedge \sim q)$	(Hukum De morgan)
	$\Leftrightarrow (p \vee \sim p) \wedge (p \vee \sim q)$	(Hukum distributif)
	$\Leftrightarrow \mathrm{T} \wedge (p \vee \sim q)$	(Hukum negasi)
	$\Leftrightarrow p \vee \sim q$	(Hukum identitas)

Disjungsi Eksklusif (1):

- Kata “atau” (*or*) dalam operasi logika digunakan dalam dua cara:
  1. *Inclusive or* : “atau” berarti “*p* atau *q* atau keduanya”

     Contoh: “Tenaga IT yang dibutuhkan menguasai Bahasa C++ atau Java”.
  2. *Exclusive or* : “atau” berarti “*p* atau *q* tetapi bukan keduanya”.

     Contoh: “Ia lahir di Bandung atau di Padang”.

Disjungsi Eksklusif (2):

- Operator logika disjungsi eksklusif: *xor*
- Notasi: $\oplus$

p	q	$p \oplus q$
T	T	F
T	F	T
F	T	T
F	F	F

Implikasi :

- Bentuk proposisi: “jika *p*, maka *q*”
- Notasi: $p \rightarrow q$
- Proposisi *p* disebut **hipotesis**, **antesenden**, **premis**, atau **kondisi**
- Proposisi *q* disebut **konklusi** (atau **konsekuen**).

Contoh Implikasi :

1. Jika saya lulus ujian, maka saya mendapat hadiah dari ayah
2. Jika suhu mencapai 80°C, maka *alarm* akan berbunyi
3. Jika anda tidak mendaftar ulang, maka anda dianggap mengundurkan diri

Contoh Ekspresi Implikasi :

- Jika *p*, maka *q*
- Jika *p*, *q*
- *p* mengakibatkan *q* (*p implies q*)
- *q* jika *p*
- *p* hanya jika *q*
- *p* syarat cukup untuk *q* (hipotesis menyatakan **syarat cukup** (*sufficient condition*))
- *q* syarat perlu untuk *p* (konklusi menyatakan **syarat perlu** (*necessary condition*))
- *q* bilamana *p* (*q whenever p*)

Tabel Kebenaran Implikasi :

p	**q**	**$p \rightarrow q$**
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Varian Proposisi Bersyarat :

Konvers (kebalikan): $q \to p$
Invers : $\sim p \to \sim q$
Kontraposisi : $\sim q \to \sim p$

				Implikasi	Konvers	Invers	Kontraposisi
p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \to q$	$q \to p$	$\sim p \to \sim q$	$\sim q \to \sim p$
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	F	T	F	T	T	F
F	T	T	F	T	F	F	T
F	F	T	T	T	T	T	T

Bikondisional (Bi-Implikasi) :

- Bentuk proposisi: “*p* jika dan hanya jika *q*”
- Notasi: $p \leftrightarrow q$

p	q	$p \leftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

Contoh Bi-Implikasi :

$$p \leftrightarrow q \Leftrightarrow (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$$

Pernyataan :

"*p* jika dan hanya jika *q*" dapat dibaca "Jika *p* maka *q* dan jika *q* maka *p*"

p	q	$p \leftrightarrow q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	F
F	T	F	T	F	F
F	F	T	T	T	T