

## Metode Antrian

Penggunaannya seperti di pompa bensin, pada saat pendaftaran mahasiswa, dipenjualan tiket, pembayaran kasir dan lain sebagainya.

Beberapa faktor antrian antara lain : **kedatangan langganan** yang acak pada jumlah maupun waktunya, **pelayanan** yang menyangkut jumlah dan waktu serta tempat pelayanan. **Pelanggan** ada yang sedang dilayani dan ada yang sedang menunggu membuat antrian, serta **waktu pelayanan** yang dapat sama untuk semua pelanggan ataupun berubah secara acak (*random*).

Persoalan antrian akan dapat dipecahkan bila waktu **pelayanan rata-rata lebih besar dari waktu kedatangan rata-rata.** (  $\mu > \lambda$  )

**Faktor Utilisasi** tempat pelayanan dinyatakan sebagai :

$$\beta = \frac{\lambda}{\mu}$$

$\lambda$  = waktu kedatangan rata-rata

$\mu$  = waktu pelayanan rata-rata

Bila  $\beta < 1$ , berarti tempat pelayanan dapat melayani pelanggan

Bila  $\beta > 1$ , berarti antrian semakin panjang

Harga  $\beta$  merupakan ukuran (%) penggunaan fasilitas pelayanan, misalnya  $\beta = 75\%$  berarti petugas pelayanan dan peralatannya bekerja selama 75% dari seluruh waktunya.

### Contoh Soal :

Kedatangan pelanggan di sebuah toko yang hanya mempunyai satu kasir pembayarannya adalah sebagai berikut :

Orang ke	Jam	Orang ke	Jam	Orang ke	Jam
1	09:01	6	09:31	11	09:39
2	09:13	7	09:35	12	09:40
3	09:15	8	09:36	13	09:41
4	09:19	9	09:37	14	09:44
5	09:27	10	09:38	15	09:47

Kedatangan pelanggan tersebut secara acak (random).

Bila setiap pelanggan memerlukan waktu 3 menit untuk dilayani, maka pola pelayanannya adalah sebagai berikut :

Jam	Yang dilayani	Jam	Yang dilayani	Jam	Yang dilayani
09:01 – 09:04	1	09:31 – 09:34	6	09:47 – 09:50	11
09:13 – 09:16	2	09:35 – 09:38	7	09:50 – 09:53	12
09:15 – 09:18	3	09:38 – 09:41	8	09:53 – 09:56	13
09:19 – 09:22	4	09:41 – 09:44	9	09:56 – 09:59	14
09:27 – 09:30	5	09:44 – 09:47	10	09:59 – 10:02	15

Selama 1 jam dari jam 09.00 – 10.00 terjadi pengangguran selama 17 menit. Jadi sarana pelayanan hanya digunakan selama 43 menit.

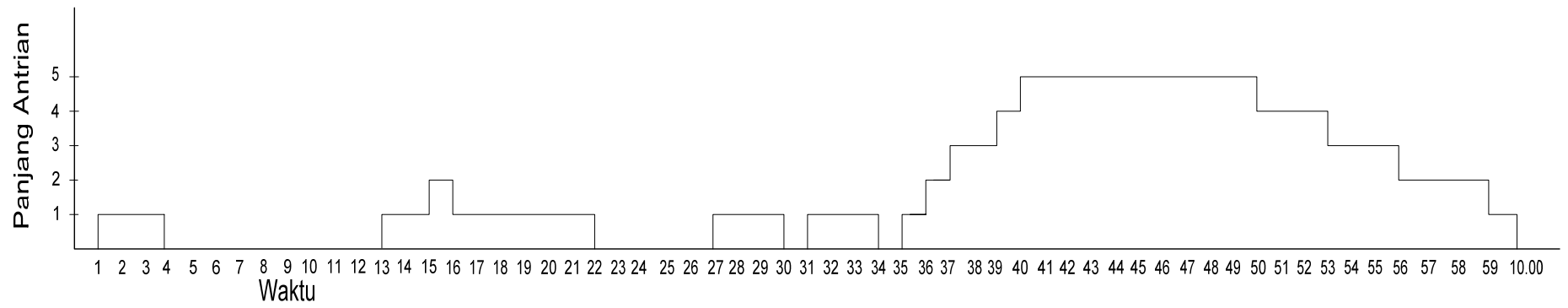
$$\mu = x \text{ pelanggan/menit}$$

$$\lambda = y \text{ pelanggan/menit}$$

$$\mu = 1 \text{ pelanggan} / 3 \text{ menit} = 1/3 \text{ pelanggan/menit.dtk/jam}$$

$$\text{Faktor Utilisasi, } \beta = \frac{43}{60} = 72\%$$

$$\beta = \frac{\lambda}{\mu} \rightarrow \lambda = \beta \cdot \mu = 0.72 * 1/3 = 0.24 \text{ plg/mnt}$$



Grafik diatas diperoleh dengan jalan sebagai berikut :

Pada jam 09.01 seorang pelanggan datang dan dilayani sampai jam 09.04

Pada jam 09.13 seorang pelanggan datang dan dilayani sampai jam 09.16

Pada jam 09.15 langganan lain datang dan harus menunggu sampai jam 09.16 untuk kemudian mendapatkan pelayanan sampai 09.19

Pada jam 09.19 datang pelanggan lain dan dilayani sampai jam 09.22

Pada jam 09.27 datang pelanggan dan dilayani sampai jam 09.30

Pada jam 09.31 datang pelanggan dan dilayani sampai jam 09.34

Pada jam 09.35 datang pelanggan ke 7, untuk selanjutnya kita buat daftar di bawah ini :

Jam	Melayani langganan ke
09:35 – 09:38	7
09:38 – 09:41	8
09:41 – 09:44	9
09:44 – 09:47	10
09:47 – 09:50	11
09:50 – 09:53	12
09:53 – 09:56	13
09:56 – 09:59	14
09:59 – 10:02	15

Langganan yang datang harus menunggu dalam antrian sebelum dilayani. Setiap menit kita hitung banyak orang yang belum dilayani dalam antrian. Ini kita gambarkan secara grafis, tetapi ada beberapa hal yang menarik :

- Pertama, selama 09.00 – 10.00, 17 menit di antaranya terjadi pengangguran. Dengan kata lain, sarana fasilitas hanya digunakan 43/60 atau 72% dari seluruh waktu. Angka ini, untuk interval waktu panjang akan mendekati 75% atau :
- $\beta = \frac{3}{60/15} = 0.75 = 75\%$
- Jadi factor penggunaan  $\beta$  dalam sistem ini bahwa sarana pelayanan cukup sibuk.
- Kedua, walaupun sarana pelayanan kurang dari 75% dari seluruh waktu, terdapat juga suatu periode yang panjang dimana terdapat 5 langganan dalam antrian, seorang dilayani keempat lainnya menunggu.

Langganan	Lama menunggu	Langganan	Lama menunggu	Langganan	Lama menunggu
1	0	6	0	11	8
2	0	7	0	12	10
3	1	8	2	13	12
4	0	9	4	14	12
5	0	10	6	15	12

Waktu menunggu ternyata ada yang cukup panjang, sehingga tidak mustahil bagi langganan yang sedang dikejar waktu atau yang tidak suka menunggu lama, meninggalkan antrian dan pergi ke toko lain.

Selama 1 jam distribusi panjang antrian adalah sebagai berikut ;

Panjang Antrian	Selama (Menit)
0	17
1	19
2	5
3	5
4	4
5	10

Maka panjang antrian rata-ratanya (PA) adalah :

$$PA = \frac{\sum \text{panjang antrian}}{\sum \text{menit}}$$

$$PA = \frac{(17 \times 0) + (19 \times 1) + (5 \times 2) + (5 \times 3) + (4 \times 4) + (10 \times 5)}{60}$$

$$PA = \frac{110}{60} = 1,8$$

Jadi selama periode itu panjang antrian rata-ratanya adalah sebesar 1,8.

#### Rumus Antrian bila Interval waktu panjang

$$\text{Untuk waktu pelayanan tetap : } PA = \frac{\beta}{1-\beta} \left( 1 - \frac{\beta}{2} \right)$$

$$\text{Untuk waktu pelayanan acak : } PA = \frac{\beta}{1-\beta}$$

$$\text{Untuk contoh diatas akan diperoleh : } PA = \frac{75\%}{1-75\%} \left( 1 - \frac{75\%}{2} \right) = 1,875$$