

# **BAB I**

## **LINEAR PROGRAMMING**

### **1.1. Definisi**

Sains Manajemen adalah penerapan ilmiah yang menggunakan perangkat dan metode matematika untuk memecahkan masalah manajemen dalam rangka membantu manajer dan pimpinan serta pihak manajemen menggunakan teknik matematika, statistic ilmu-ilmu murni, dan perekayasaan. (Bernard W. Taylor, Sains Manajemen, 2001)

Manajemen sains biasa juga disebut sebagai riset operasi di mana penerapan pendekatan sains digunakan dalam proses pengambilan keputusan yang bertujuan mendapatkan rancangan demi menjalankan sistem yang terbaik dengan memperhatikan keterbatasan sumber daya yang terlibat.

Dengan kata lain, manajemen sains atau operasi riset adalah metode untuk memformulasikan dan merumuskan permasalahan sehari-hari baik mengenai bisnis, ekonomi, sosial maupun bidang lainnya ke dalam pemodelan matematis untuk mendapatkan solusi yang optimal.

Jika penelitian operasional akan digunakan untuk memecahkan suatu persoalan di suatu organisasi, maka harus dilakukan lima langkah sebagai berikut :

1. Memformulasikan persoalan.

Definisikan persoalan lengkap dengan spesifikasi tujuan organisasi dan bagian-bagian organisasi atau sistem yang bersangkutan. Hal ini mutlak harus dipelajari sebelum persoalan dapat dipecahkan.

2. Mengobservasi sistem.

Kumpulkan data untuk mengestimasi besaran parameter yang berpengaruh terhadap persoalan yang dihadapi. Estimasi ini digunakan untuk membangun dan mengevaluasi model matematis dari persoalan.

3. Memformulasikan model matematis dari persoalan yang dihadapi.

Dalam memformulasikan persoalan ini biasanya digunakan model analitik, yaitu model matematis yang menghasilkan persamaan. Jika pada suatu situasi yang sangat rumit tidak diperoleh model analitik, maka perlu dikembangkan suatu model simulasi.

4. Mengevaluasi model dan menggunakannya untuk prediksi.

Pada langkah ini, tentukan apakah model matematis yang dibangun pada langkah 3 telah menggambarkan keadaan nyata secara akurat. Jika belum, buatlah model yang baru.

5. Mengimplementasikan hasil studi.

Pada langkah ini kita harus menterjemahkan hasil studi atau hasil perhitungan ke dalam bahasa sehari-hari yang mudah dimengerti. (Tjuttu Tarlih, Operations Research, 2003)

## 1.2. Model Matematika

Model adalah abstraksi atau penyederhanaan realitas sistem yang kompleks dimana hanya komponen-komponen relevan atau factor-faktor yang dominan dari masalah yang dianalisa. Faktor-faktor yang mempengaruhi pemodelan harus disederhanakan dan apabila ada data yang kurang, kekurangan tersebut dapat diasumsikan atau diisi dengan pendekatan yang bersifat rasional. (<http://yuwono.himatif.or.id>)

Pendekatan sains untuk membuat keputusan biasanya menyertakan penggunaan satu atau lebih model matematis. Model matematika merupakan representasi suatu keadaan secara matematik yang dimungkinkan digunakan untuk membuat keputusan terbaik atau memberikan kemudahan dalam memahami keadaan sebenarnya dengan lebih baik. (<http://www.scribd.com>).

Model matematika adalah model yang paling abstrak, dimana model ini menggunakan seperangkat symbol matematik untuk menunjukkan komponen-komponen (dan hubungan antar mereka) dari sistem nyata.

Berikut adalah langkah-langkah untuk membentuk suatu model matematika yang biasa disebut formulasi masalah :

- a. Variabel Keputusan

Adalah variable yang menguraikan secara lengkap keputusan-keputusan yang akan dibuat.

- b. Fungsi Tujuan

Adalah fungsi dari variable keputusan yang akan dimaksimumkan atau diminimumkan.

- c. Pembatas

Merupakan kendala yang dihadapi sehingga kita tidak menentukan harga-harga variable keputusan secara sembarang.

d. Pembatas Tanda

Adalah pembatas yang menjelaskan asumsi variable keputusan.

Berikut adalah contoh untuk membentuk model matematika atau formulasi masalah.

**Contoh 1**

Suatu perusahaan memproduksi 3 jenis pakaian A, B, dan C. Ketiga jenis pakaian tersebut membutuhkan sumber daya dan memberikan keuntungan sebagai berikut :

Sumber daya	Model Pakaian			Tersedia
	A	B	C	
Tenaga kerja	7	3	6	150
Bahan baku	4	4	5	200
Keuntungan	4000	2000	3000	

Maka hal-hal yang harus diperhatikan adalah :

a. Variable keputusan

Masalah ini terdiri dari tiga variable yang menunjukkan jumlah masing-masing jenis pakaian yang akan diproduksi.

$x_1$  = banyaknya pakaian jenis A yang akan dibuat

$x_2$  = banyaknya pakaian jenis B yang akan dibuat

$x_3$  = banyaknya pakaian jenis C yang akan dibuat

b. Fungsi Tujuan

Tujuan masalah ini adalah memaksimalkan keuntungan penjualan pakaian-pakaian tersebut. Keuntungan total adalah jumlah keuntungan masing-masing pakaian yang diasumsikan terjual seluruhnya, sehingga keuntungan total, Z, dituliskan sebagai :

$$\text{Maks } Z = 4000x_1 + 2000x_2 + 3000x_3$$

c. Pembatas

Dalam masalah ini, pembatasnya adalah jumlah ketersediaan sumber daya tenaga kerja dan bahan baku.

Pembatas 1 : ketersediaan tenaga kerja

$$7x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 150$$

Pembatas 2 : ketersediaan bahan baku

$$4x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 200$$

d. Pembatas tanda

Variable keputusan atau banyaknya produksi setiap jenis pakaian harus dibatasi jangan sampai negative.

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0$$

Maka model matematika dari persoalan tersebut adalah :

$$\text{Maks } Z = 4000x_1 + 2000x_2 + 3000x_3$$

$$7x_1 + 3x_2 + 6x_3 \leq 150$$

$$4x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 200$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0$$

**Contoh 2**

Untuk menjaga kesehatan, seseorang harus memenuhi kebutuhan minimum per hari akan beberapa zat makanan. Misalkan hanya ada tiga zat makanan yang dibutuhkan yaitu kalsium, protein, dan vitamin A. Misalkan makanan seseorang hanya terdiri dari tiga jenis yaitu makanan merk A, merk B, dan merk C, yang harganya, zat-zat yang terkandung di dalamnya, dan kebutuhan minimum per hari akan zat-zat makanan tersebut ditunjukkan pada table berikut :

	Makanan			Kebutuhan Minimum
	Merk A	Merk B	Merk C	
Harga per unit	Rp 5.000,-	Rp 8.000,-	Rp 6.000,-	
Kalsium	5	1	0	8
Protein	2	2	1	10
Vitamin A	1	5	4	22

Masalahnya adalah bagaimana kombinasi ketiga jenis makanan itu akan memenuhi kebutuhan minimum per hari dan memberikan biaya terendah.

a. Variabel keputusan

Masalah ini terdiri dari tiga variable yang menunjukkan jumlah masing-masing jenis makanan yang ditempatkan dalam menu, yaitu :

$x_1$  = jumlah makanan merk A

$x_2$  = jumlah makanan merk B

$x_3$  = jumlah makanan merk C

b. Fungsi Tujuan

Tujuan masalah ini adalah meminimumkan biaya total menu per hari. Biaya total dalam konteks ini adalah jumlah biaya dari masing-masing jenis makanan yang disajikan dalam menu. Sehingga biaya total dituliskan sebagai berikut :

$$\text{Min } Z = 5000x_1 + 8000x_2 + 6000x_3$$

c. Pembatas

Dalam masalah ini, kendalanya adalah kebutuhan minimum akan zat-zat makanan perhari yang telah ditetapkan oleh ahlinya.

Pembatas 1 : kebutuhan akan kalsium

$$5x_1 + x_2 \geq 8$$

Pembatas 2 : kebutuhan akan protein

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 10$$

Pembatas 3 : kebutuhan akan vitamin A

$$x_1 + 5x_2 + 4x_3 \geq 22$$

d. Pembatas tanda

Variable keputusan atau banyaknya jumlah makanan untuk masing-masing merk harus dibatasi jangan sampai negative.

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

$$x_3 \geq 0$$

Maka model matematika dari persoalan tersebut adalah :

$$\text{Min } Z = 5000x_1 + 8000x_2 + 6000x_3$$

$$5x_1 + x_2 \geq 8$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 10$$

$$x_1 + 5x_2 + 4x_3 \geq 22$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$