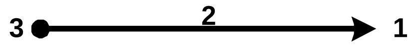
Bab 1

MENYUSUN & MENGURAIKAN VEKTOR

1.1 Beberapa Ketentuan Tentang Gaya / Vektor

☺ Gaya memiliki besar (kg, ton, N, dsb.) dan arah

☺ Gaya dapat disebut pula sebagai vektor, yang pada umumnya dilukiskan sebagai berikut :



1. Tanda Panah, menunjukkan arah kerja gaya
2. Panjang Garis, menunjukkan besar gaya
3. Titik Pegang, tempat gaya bekerja

☺ Garis Kerja;
→ merupakan garis yug ditarik melalui titik pegang dan mempunyai arah yang sama dengan arah kerja gaya.

☺ Vektor Koplanar:
→ semua vektor yang garis kerjanya terletak pada satu bidang datar.

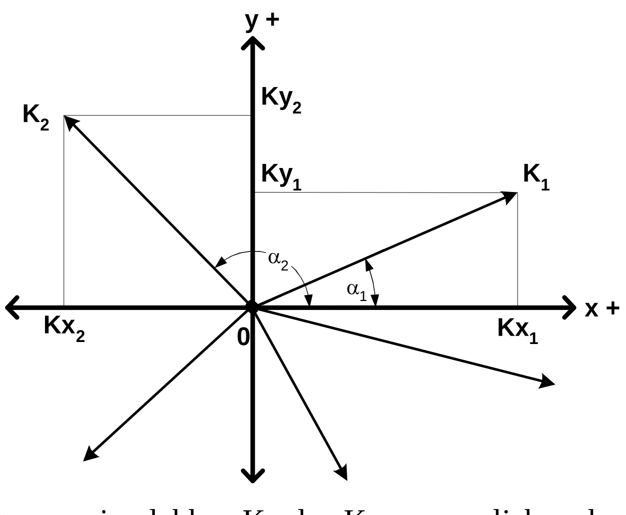
☺ Vektor Kongruen:
→ semua vektor yang garis kerjanya berpotongan pada satu titik.

☺ Vektor Kolinier:
→ semua vektor yang garis kerjanya terletak pada satu garis lurus.

1.2 Menyusun & Menguraikan Vektor Secara Analisis

A. <u>Vektor Kongruen</u>

Semua vektor bersifat kongruen jika semua titik pegangnya melalui 1 titik. Saat menganalisis, vektor tersebut diuraikan terhadap sumbu x dan sumbu y seperti berikut;



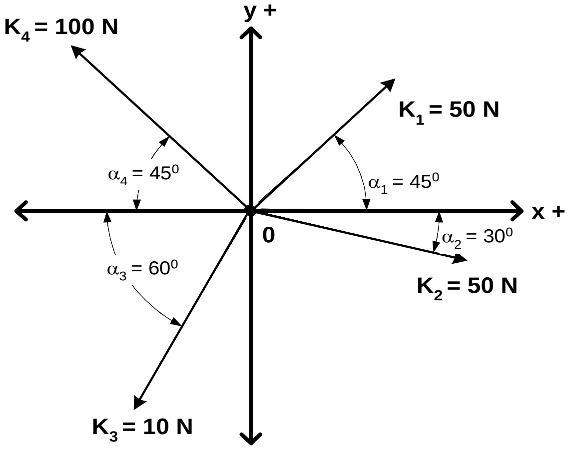
$Kx_1 = K_1 \cos \alpha_1$,
$Ky_1 = K_1 \sin \alpha_1$,
$Kx_2 = K_2 \cos \alpha_2$,
$Ky_2 = K_2 \sin \alpha_2$, dan seterusnya

Tanda aljabar di depan sinα dan cos α (+ atau -) harus konsekuen. Contoh:
+ ke arah atas untuk Ky
+ ke arah kanan untuk Kx

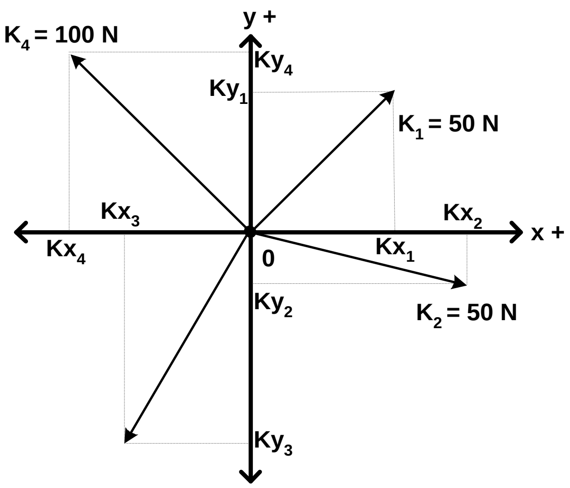
Dengan menjumlahkan Kx dan Ky secara aljabar akan didapatkan:

$Rx = \sum Kx = \sum K \cos \alpha$
$Ry = \sum Ky = \sum K \sin \alpha$
Sebagai resultante akan diperoleh:
$R = \sqrt{(Rx)^2 + (Ry)^2}$ yang melalui 1 titik pegang pula, dalam hal ini titik 0.

Contoh:



Tentukan resultante ke empat vektor di samping beserta titik pegangnya!
Diketahui:
$\alpha_1 = 45^0$
$\alpha_2 = 45^0$
$\alpha_3 = 60^0$
$\alpha_4 = 30^0$
$K_1 = 50$ N
$K_2 = 50$ N
$K_3 = 10$ N
$K_4 = 100$ N



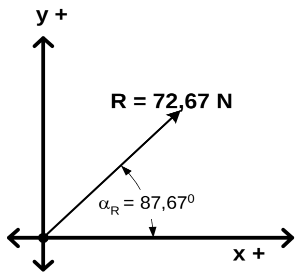
$Kx_1 = 50 \cos 45^0 = 35{,}36$ N (ke kanan)
$Kx_2 = 50 \cos 30^0 = 43{,}30$ N (ke kanan)
atau $Kx_2 = 50 \cos 330^0 = 43{,}30$ N
$Kx_3 = 10 \cos 60^0 = -5$ N (ke kiri)
atau $Kx_3 = 10 \cos 240^0 = -5$ N
$Kx_4 = 100 \cos 45^0 = -70{,}71$ N (ke kiri)

$Ky_1 = 50 \sin 45^0 = 35{,}36$ N (ke atas)
$Ky_2 = 50 \sin 30^0 = -25$ N (ke bawah)
$Ky_3 = 10 \sin 60^0 = -8{,}66$ N (ke bawah)
$Ky_4 = 100 \sin 45^0 = 70{,}71$ N (ke atas)

$Rx = Kx_1 + Kx_2 + Kx_3 + Kx_4 = 35{,}36 + 43{,}30 + (-5) + (-70{,}71) = 2{,}95$ N
$Ry = Ky_1 + Ky_2 + Ky_3 + Ky_4 = 35{,}36 + (-25) + (-8{,}66) + 70{,}71 = 72{,}61$ N
$$R = \sqrt{(Rx)^2 + (Ry)^2} = \sqrt{(2{,}95)^2 + (72{,}61)^2} = 72{,}67\ N$$

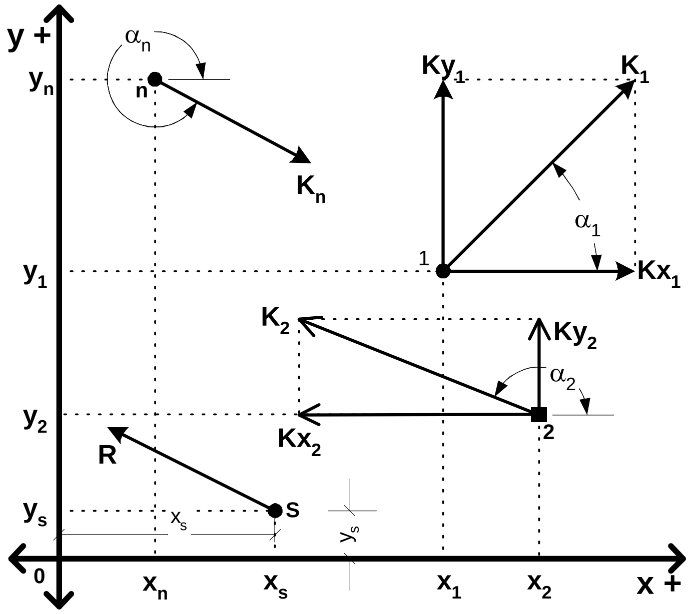
α_R = arc tg (Ry / Rx)
= arc tg (72,61/2,95) = 24,61
$\alpha_R = 87{,}67^0$

Gambar Vektor Resultante:



B. <u>Vektor Tidak Kongruen</u>

Pada vektor-vektor yang tidak kongruen, semua titik pegang masing-masing vektor tidak terletak dalam satu titik pegang. Oleh sebab itu dalam analisis untuk menentukan resultantenya, perlu diketahui koordinat titik pegang tiap-tiap vektor.



Dari tiap titik pegang (titik 1, 2, …, n) pada gambar atas, ditarik garis sejajar dengan sumbu x dan y, gaya yang bersangkutan diproyeksikan pada kedua garis tersebut. Maka akan didapat: $Kx_1 = K_1 \cos \alpha_1$; $Ky_1 = K_1 \sin \alpha_1$; dan seterusnya.

Cara perhitungan besar resultante adalah sama dengan vektor-vektor yang kongruen,yaitu;

$Rx = \sum Kx = \sum K \cos \alpha$

$Ry = \sum Ky = \sum K \sin \alpha$

Sebagai resultante akan diperoleh pula : $R = \sqrt{(Rx)^2 + (Ry)^2}$

Menentukan koordinat titik pegang resultante;

Karena titik pegang dari tiap-tiap vektor tidak terletak dalam 1 titik (berlainan), maka titik pegang resultante juga belum dapat diketahui. Untuk menentukan koordinat titik pegang resultante tersebut ditentukan dengan cara statis momen seperti berikut;

$Mx = y_1.Kx_1 + y_2.Kx_2 + y_3.Kx_3 + y_4.Kx_4 = \sum Kx.y$

$My = x_1.Ky_1 + x_2.Ky_2 + x_3.Ky_3 + x_4.Ky_4 = \sum Ky.x$

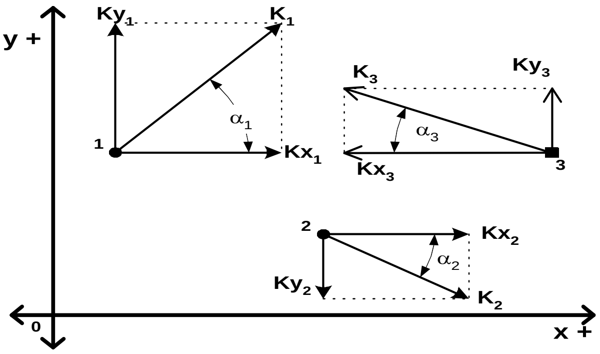
Jika titik pegang R dinamai S dan koordinatnya (xs,ys) maka:

$Rx.ys = Mx \rightarrow ys = Mx / Rx$ (+ / -)

$Ry.xs = My \rightarrow xs = My / Ry$ (+ / -)

Contoh Analisis Vektor Tak Kongruen

Tentukan resultante dan titik pegang ke-3 vektor berikut ini



Titik	X_n	Y_n	α_n
1	1	2	45^0
2	2	1	330^0
3	3	3	150^0

Menentukan besar resultante:

$Kx_1 = K_1 \cos \alpha_1 = 40 \cos 45^0 = 28{,}28$ N (ke kanan)

$Kx_2 = K_2 \cos \alpha_2 = 20 \cos 30^0 = 17{,}32$ N (ke kanan) atau $Kx_2 = 20 \cos 330^0 = 17{,}32$ N

$Kx_3 = K_3 \cos \alpha_3 = 10 \cos 30^0 = -\ 8{,}67$ N (ke kiri) atau $Kx_3 = 10 \cos 150^0 = -\ 8{,}67$ N

$Rx = Kx_1 + Kx_2 + Kx_3 + Kx_4 = 28{,}28 + 17{,}32 + (-8{,}67) = 44{,}73$ N

$Ky_1 = K_1 \sin \alpha_1 = 50 \sin 45^0 = 28{,}28$ N

$Ky_2 = K_2 \sin \alpha_2 = 50 \sin 330^0 = -\ 10$ N

$Ky_3 = K_3 \sin \alpha_3 = 10 \sin 150^0 = 5$ N

$Ry = Ky_1 + Ky_2 + Ky_3 = 28{,}28 + (-10) + 5 = 23{,}28$ N

$$R = \sqrt{(Rx)^2 + (Ry)^2} = \sqrt{(44{,}73)^2 + (23{,}28)^2} = 50{,}43\,N$$

Menentukan titik pegang (x_s,y_s)

$Mx = y_1.Kx_1 + y_2.Kx_2 + y_3.Kx_3 = 2\times 28{,}28 + 1\times 17{,}32 + 2\times(-8{,}67) = 56{,}54$ N.cm

$My = x_1.Ky_1 + x_2.Ky_2 + x_3.Ky_3 = 1\times 28{,}28 + 2\times(-10) + 3\times 5 = 23{,}28$ N.cm

$Rx.ys = Mx \rightarrow ys = 23{,}28 / 23{,}28 = 1$

$Ry.xs = My \rightarrow xs = 56{,}54 / 44{,}73 = 1{,}26$

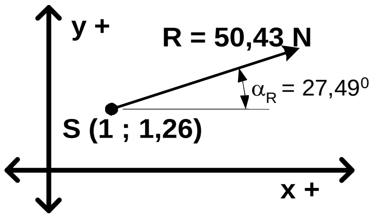
Menentukan sudut resultante:

α_R = arc tg (Ry / Rx)

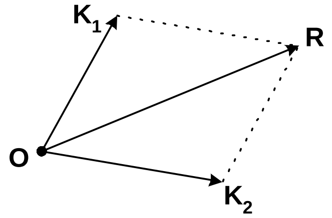
= arc tg (23,28/44,73) = 0,52

$\alpha_R = 27{,}49^0$

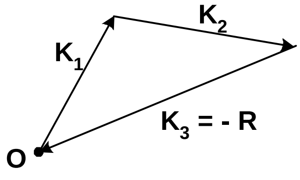
Gambar Vektor Resultante:



1.3 Menyusun dan Menguraikan Vektor Secara Grafis



(a)



(b)

Jika dua gaya K_1 dan K_2 yang berpotongan di O akan disusun resultante-nya, maka diagonal yang ditarik dari titik O melukiskan besar serta arah resultante R (Gambar a). Lukisan yang demikian dinamakn <u>pararelogram gaya</u> . Untuk mempermudah, pararelogram dapat digambar separuhnya saja sehingga membentuk <u>segitiga gaya</u>.

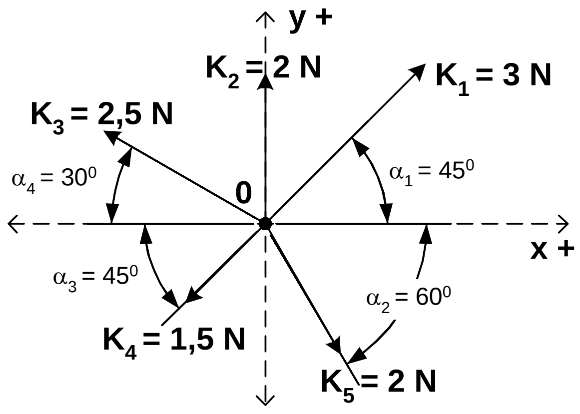
$R = K_1 + K_2 \rightarrow K_3 = -R$

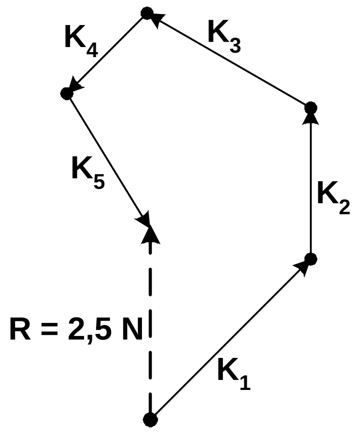
$K_1, K_2, K_3 \rightarrow$ membentuk keseimbangan gaya

Kedua gaya tersebut dapat dikembangkan menjadi suatu poligon gaya seperti contoh berikut :

<u>A. VEKTOR KONGRUEN</u>

Skala : 1 cm = 1 N





Catatan :

- Resultante R yang didapat tidak terpengaruh oleh urutan penggambaran gaya.
- Pengerjaan dengan cara/urutan lain menghasilkan besar dan arah R yang sama.
- Titik tangkap R terletak di titik O.
- R yang didapat kebenaran tergantung dari ketepatan dan kerapihan dari lukisan.

→ Coba urutkan dengan cara lain untuk menentukan resultantenya !!

- Pada gaya kongruen, poligon gaya tertutup menjamin terjadinya keseimbangan.

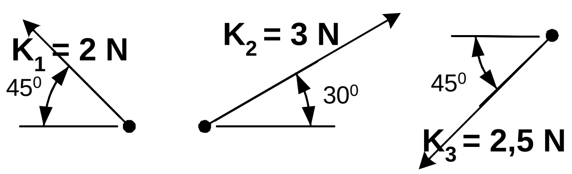
<u>B. VEKTOR TIDAK KONGRUEN</u>

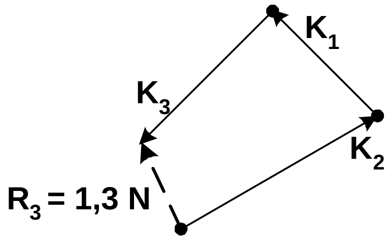
Catatan :

- Resultante R yang didapat tidak dipengaruhi oleh urutan penggambaran gaya.
- Pengerjaan dengan cara/urutan lain akan menghasilkan besar dan arah R yang sama.
- Letak titik tangkap R belum diketahui.
- Pada gaya/vektor yang tidak kongruen, poligon gaya tertutup belum menjamin tercapainya keseimbangan, karena belum diketahui titik pegang gaya R.

Contoh :

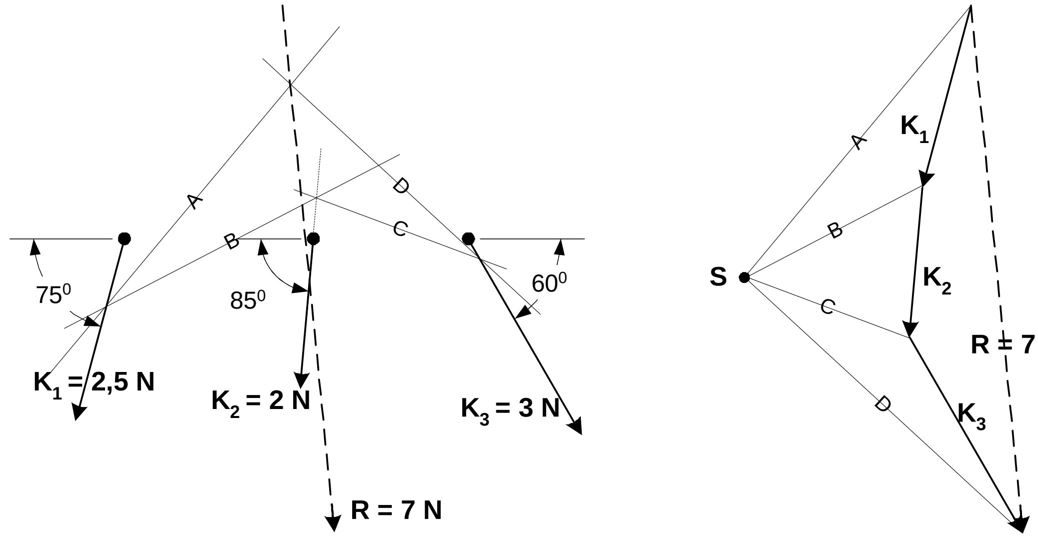
Skala : 1 cm = 1 N





Untuk lebih menjamin tercapainya keseimbangan, vektor yang tidak kongruen dapat dibuat dalam bentuk poligon batang sebagai berikut ini :

Contoh : (Skala 1 cm = 1N)



Langkah pengerjaan :

1. Buat poligon untuk K_1, K_2, K_3 (0-1-2-3), untuk mendapatkan besar dan arah R.
2. Tentukan titik S sembarang, kemudian tarik garis A, B, C, dan D. Diagram yang terjadi disebut sebagai diagram kutub. Titik S disebut titik kutub, dan garis A s/d D disebut jari-jari kutub.
3. Ambil garis A secara sejajar dan tempat pada gaya atau garis kerja K_1, hingga didapat titik potong a.
4. Ambil garis B secara sejajar dan tempatkan pada titik a hingga memotong gaya atau garis kerja K_2. Maka akan didapat titik b pada gaya atau garis kerja K_2.
5. Lakukan dengan cara seperti langkah 4 untuk mendapatkan titik c.
6. Ambil garis d secara sejajar dan tempatkan pada titik c hingga memotong garis A.
7. Pada titik potong garis A dan garis D (titik x) letakkan garis kerja / gaya resultante secara sejajar dari poligon gaya.

1.4 Keseimbangan Statis

Suatu benda berada dalam keseimbangan statis, bila resultante dari seluruh gaya-gaya yang bekerja padanya sama dengan nol. Materi Mekanika Teknik I / Statika hanya membahas masalah keseimbangan statis. Syarat tercapainya keseimbangan statis ;

A. Untuk gaya/vektor kongruen :

$\sum H = \sum F_x = \sum K_x = 0$

$\sum V = \sum F_y = \sum K_y = 0$

B. Untuk gaya/vektor tidak kongruen :

$\sum H = \sum F_x = \sum K_x = 0$

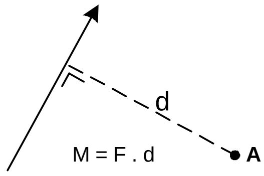
$\sum V = \sum F_y = \sum K_y = 0$

$\sum M = \sum M = 0$

Secara umum, syarat yang digunakan adalah persamaan :

1. $\sum F_x = 0$
2. $\sum F_y = 0$
3. $\sum M = 0$

M = momen,



merupakan perkalian antara gaya dengan jarak gaya tersebut ke suatu titik tertentu.