

MODEL TRANSPORTASI

MATAKULIAH RISET OPERASIONAL

Pertemuan Ke-11

Riani Lubis

Jurusan Teknik Informatika

Universitas Komputer Indonesia

PENGANTAR

- Terdapat bermacam-macam *network* model.
- *Network* :
 - Suatu sistem garis-garis atau saluran-saluran yang menghubungkan titik-titik yang berlainan.
 - Susunan titik (node) dan garis yang menghubungkan node-node.
- Contoh *network* : jaringan rel kereta api, sistem saluran pipa, jaringan jalan raya, jaringan penerbangan dll.
- Banyak masalah jaringan dapat dirumuskan sebagai masalah PL & solusinya diperoleh dengan menggunakan metode simpleks.
- Salah satu teknik lain yang lebih efisien daripada metode simpleks adalah metode transportasi, karena masalah transportasi adalah salah satu contoh dari model jaringan yang memiliki ciri-ciri yang sama.

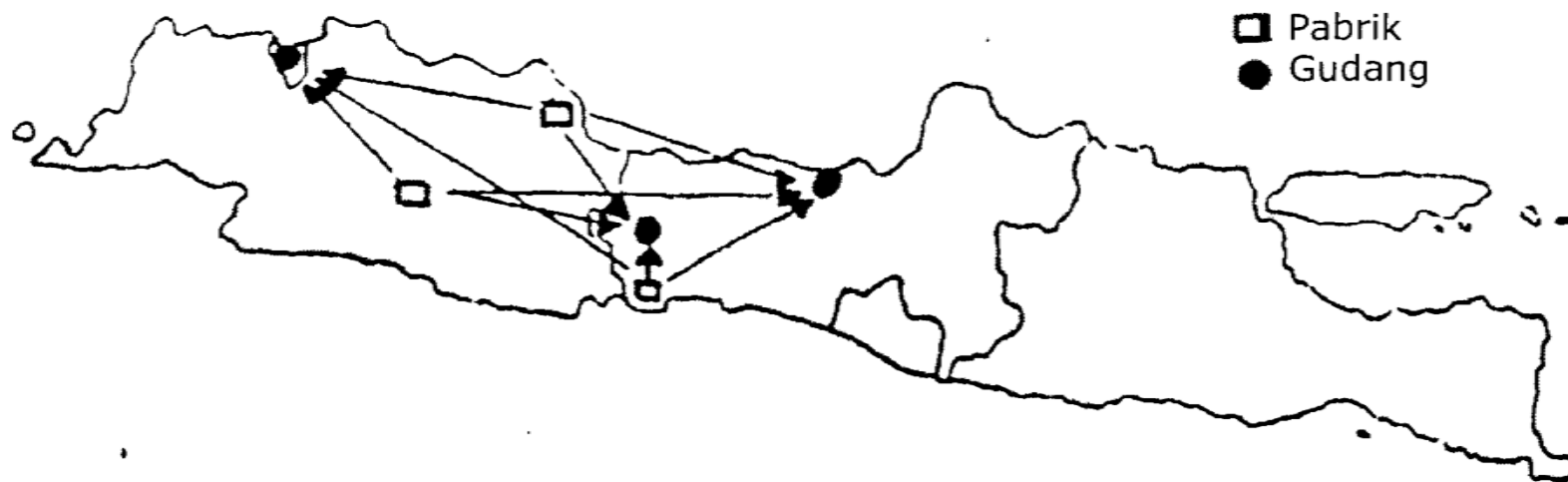
Persoalan Transportasi

- Persoalan transportasi terpusat pada pemilihan rute dalam jaringan distribusi produk antara pusat industri dan distribusi gudang atau antara distribusi gudang regional dan distribusi pengeluaran lokal.
- Pada umumnya, masalah transportasi berhubungan dengan distribusi suatu produk tunggal dari beberapa sumber, dengan penawaran terbatas, menuju beberapa tujuan, dengan permintaan tertentu, pada biaya transpor minimum. Karena ada satu macam barang, suatu tempat tujuan dapat memenuhi permintaannya dari satu atau lebih sumber.
- Dalam menggunakan metode transportasi, pihak manajemen mencari rute distribusi yang akan mengotpimumkan tujuan tertentu (misal meminimumkan total biaya transportasi, memaksimumkan laba, atau meminimukan waktu yang digunakan).

- Persoalan transportasi merupakan persoalan linier khusus yang disebut persoalan aliran network.
- Asumsi dasar model transportasi adalah bahwa biaya transpor pada suatu rute tertentu proporsional dengan banyaknya unit yang dikirimkan.
- Unit yang dikirimkan sangat bergantung pada jenis produk yang diangkut (yang penting, satuan penawaran dan permintaan akan barang yang diangkut harus konsisten).
- Tujuan dari model transportasi adalah merencanakan pengiriman dari sumber-sumber ke tujuan sedemikian rupa untuk meminimumkan total biaya transportasi, dengan kendala-kendala :
 - Setiap permintaan tujuan terpenuhi
 - Sumber tidak mungkin mengirim komoditas lebih besar dari kapasitasnya.

Contoh

Misal suatu produk yang dihasilkan oleh 3 pabrik (sumber) harus didistribusikan ke 3 gudang (tujuan). Setiap pabrik memiliki kapasitas produksi tertentu, dan setiap gudang memiliki jumlah permintaan tertentu terhadap produk itu. Biaya transpor per unit dari masing-masing pabrik ke masing-masing gudang berbeda-beda. Masalah yang timbul adalah menentukan jumlah barang yang harus dikirim dari masing-masing pabrik ke masing-masing gudang dengan tujuan meminimumkan biaya transpor.



- Suatu model transportasi dikatakan seimbang (*balanced* program), jika total jumlah antara penawaran (*supply*) dan permintaan (*demand*) sama :

$$\sum_{t=1}^m S_t = \sum_{j=1}^n D_j$$

- Dan dikatakan tidak seimbang (*unbalanced* program), jika kapasitas sumber lebih besar dari kapasitas tujuan atau sebaliknya :

$$\sum_{t=1}^m S_t < \sum_{j=1}^n D_j \qquad \sum_{t=1}^m S_t > \sum_{j=1}^n D_j$$

Perumusan Model Transportasi

Minimum :

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} X_{ij}$$

Pembatas :

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = S_i \quad i = 1, 2, \dots, m$$

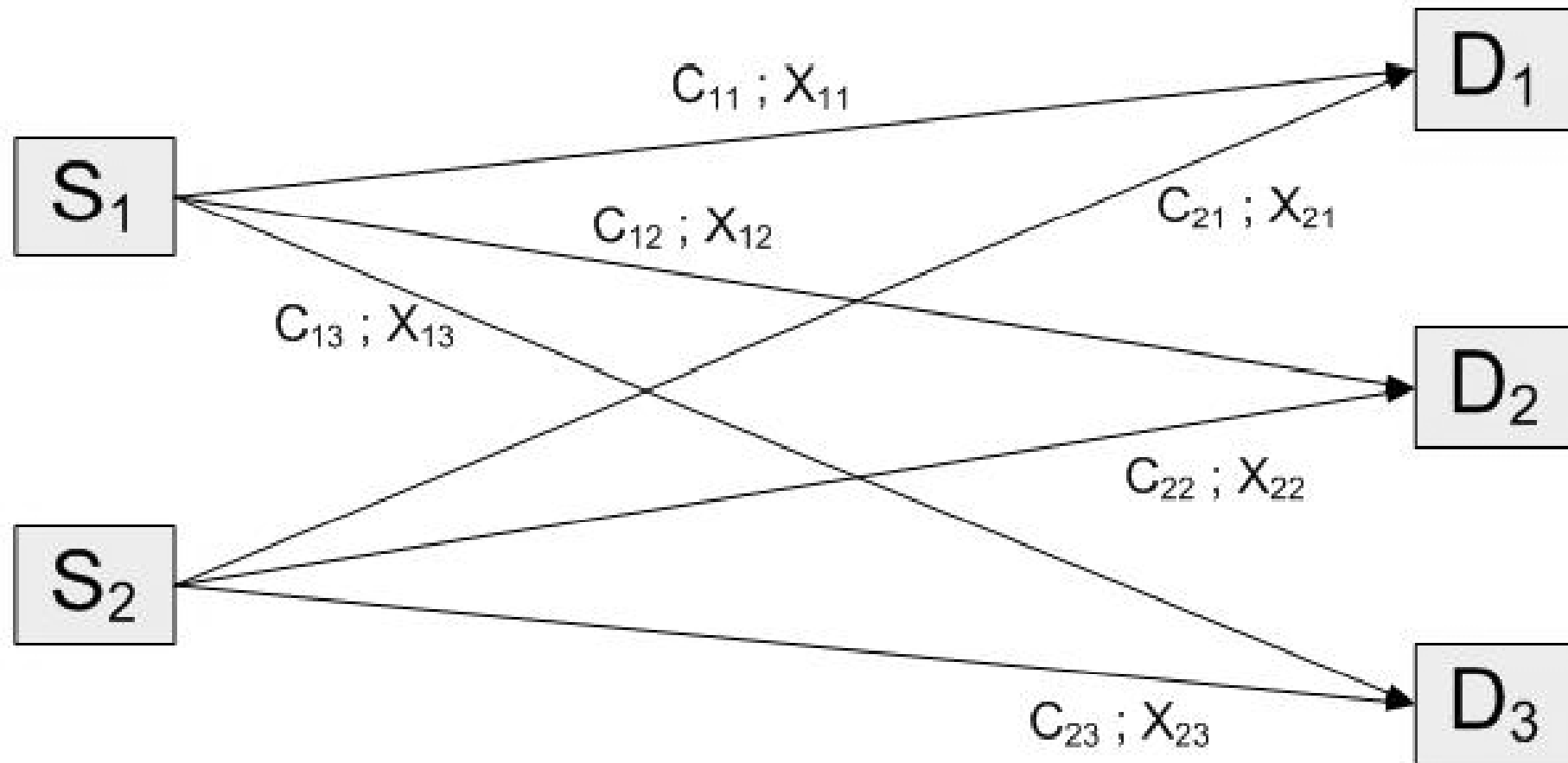
$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = D_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$X_{ij} \geq 0 \text{ untuk seluruh } i \text{ dan } j$$

Jika ada 2 buah sumber & 3 tujuan ($m = 2$, $n = 3$), maka :

SUMBER

TUJUAN



F. Tujuan :

Minimumkan

$$Z = C_{11}X_{11} + C_{12}X_{12} + C_{13}X_{13} + C_{21}X_{21} + C_{22}X_{22} + C_{23}X_{23}$$

F. Pembatas :

$$X_{11} + X_{12} + X_{13} = S_1$$

$$X_{21} + X_{22} + X_{23} = S_2$$

$$X_{11} + X_{21} = D_1$$

$$X_{12} + X_{22} = D_2$$

$$X_{13} + X_{23} = D_3$$

Ke		T u j u a n						Supply
		1	2	...	j	...	n	
S u b j e k	1	X_{11} C_{11}	C_{12}	...	C_{1j}	...	X_{1n} C_{1n}	S_1
	2	X_{21} C_{21}	X_{22} C_{22}	...	X_{2j} C_{2j}	...	X_{2n} C_{2n}	S_2

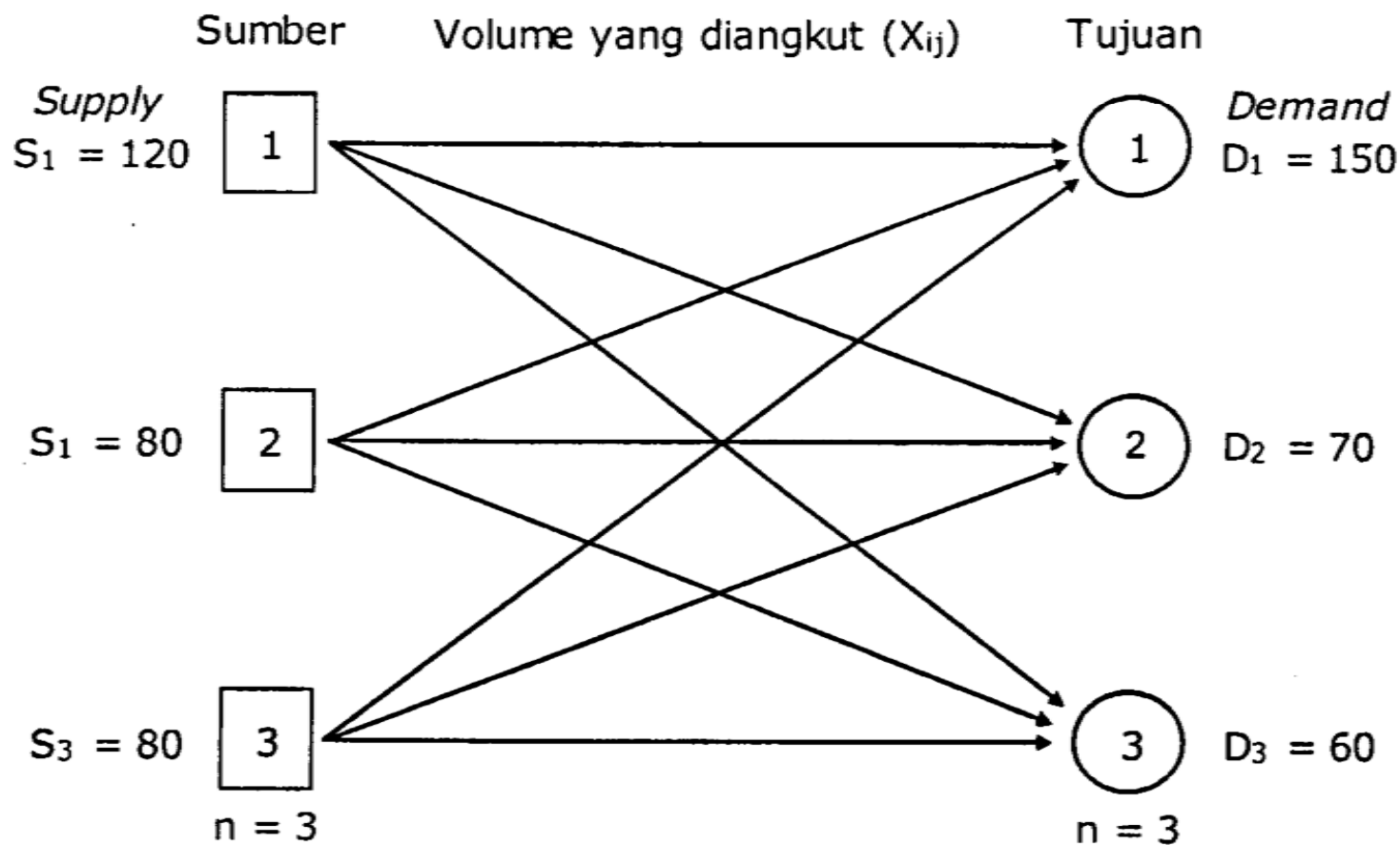
	j	C_{j1}	C_{j2}	...	C_{jj}	...	C_{jn}	S_j

D e m a n	m	X_{m1} C_{m1}	X_{m2} C_{m2}	...	X_{mj} C_{mj}	...	X_{mn} C_{mn}	S_m
	Demand	D_1	D_2	...	D_j	...	D_n	$\sum S_i = \sum D_j$

Contoh :

Sebuah perusahaan Negara berkepentingan mengangkut pupuk dari tiga pabrik ke tiga pasar. Kapasitas supply ketiga pabrik, permintaan pada ketiga pasar dan biaya transpor per unit adalah sebagai berikut :

		PASAR			PENAWARAN
		1	2	3	
PABRIK	1	8	5	6	120
	2	15	10	12	80
	3	3	9	10	80
PERMINTAAN		150	70	60	280



Minimumkan $Z = 8X_{11} + 5X_{12} + 6X_{13} + 15X_{21} + 10X_{22} + 12X_{23} + 3X_{31} + 9X_{32} + 10X_{33}$
 dengan syarat

- $X_{11} + X_{12} + X_{13} = 120$ (supply pabrik 1)
- $X_{21} + X_{22} + X_{23} = 80$ (supply pabrik 2)
- $X_{31} + X_{32} + X_{33} = 80$ (supply pabrik 3)
- $X_{11} + X_{21} + X_{31} = 150$ (permintaan pasar 1)
- $X_{12} + X_{22} + X_{32} = 70$ (permintaan pasar 2)
- $X_{13} + X_{23} + X_{33} = 60$ (permintaan pasar 3)
- semua $X_{ij} \geq 0$

<div>Ke</div> <div>Dari</div>	1	2	3	<i>Supply</i>
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
<i>Demand</i>	150	70	60	280

Langkah Pemecahan Masalah Transportasi :

1. Menentukan solusi fisibel awal dengan menggunakan ketiga metoda berikut :
 - a. *North West Corner Rule* (NWCR) / Pokia-Pokaba
 - b. *Least Cost Value* (LCV) / Ongkos Terkecil
 - c. *Vogel Approximation Method* (VAM)
2. Menentukan apakah metoda yang terpilih pada langkah 1 sudah optimum atau belum, dengan cara menentukan *entering* variabel. Jika ada perubahan, maka lanjutkan ke langkah 3. Tapi jika tidak ada, maka STOP.

3. Menentukan *leaving* variabel dari langkah 2 dan menghitung kembali nilai pada langkah 1.

Untuk langkah 2 dan langkah 3, dapat menggunakan salah satu metode :

- a. *Stepping Stone Method*
- b. *Multiplier Method*

Metode North West Corner Rule

- Menentukan distribusi dari pojok kiri atas ke pojok kanan bawah tanpa memperhatikan besarnya biaya.
- Prosedurnya :
 1. Mulai pada pojok kiri atas tabel dan alokasikan sebanyak mungkin pada X_{11} tanpa menyimpang dari kendala penawaran atau permintaan (artinya X_{11} ditetapkan sama dengan yang terkecil diantara nilai S_1 dan D_1).

2. Ini akan menghabiskan penawaran pada sumber 1 dan atau permintaan pada tujuan 1. Akibatnya, tidak ada lagi barang yang dapat dialokasikan ke kolom atau baris yang telah dihabiskan dan kemudian baris atau kolom itu dihilangkan. Kemudian alokasikan sebanyak mungkin ke kotak di dekatnya pada baris atau pindahlah secara diagonal ke kotak berikutnya.
3. Lanjutkan dengan cara yang sama sampai semua penawaran telah dihabiskan dan keperluan permintaan telah dipenuhi.

Tuj Sbr	1	2	3	supply
1	8 120 ↓	5	6	120
2	15 30 ↓	10 50 ↓	12	80
3	3	9 20 ↓	10 60 ↓	80
Demand	150	70	60	280

Solusi awal dengan 5 variabel basis & 4 variabel non-basis, maka untuk alokasi ini, biaya transpo total adalah :

$$\begin{aligned}
 Z &= (8 \times 120) + (15 \times 30) + (10 \times 50) + (9 \times 20) + (10 \times 60) \\
 &= 2690
 \end{aligned}$$

Caranya :

- Sebanyak mungkin dialokasikan ke X_{11} sesuai dengan aturan bahwa X_{11} adalah yang minimum diantara $[120, 150]$, berarti $X_{11} = 120$. Ini menghabiskan penawaran pabrik 1 dan akibatnya, pada langkah selanjutnya baris 1 dihilangkan.
- Karena $X_{11} = 120$, maka permintaan pada tujuan 1 belum terpenuhi sebanyak 30. Kotak di dekatnya, X_{21} dialokasikan sebanyak mungkin sesuai dengan $X_{21} = \min [30, 80] = 30$. Ini menghilangkan kolom 1 pada langkah selanjutnya.
- Kemudian $X_{22} = \min [50, 70] = 50$, yang menghilangkan baris 2.
- $X_{32} = \min [20, 80] = 20$
- $X_{33} = \min [60, 60] = 60$

Metode Least Cost Value

- Mencapai tujuan minimasi biaya dengan alokasi sistematis pada kotak-kotak sesuai dengan besarnya biaya transpor per unit.
- Prosedurnya :
 1. Pilih variabel X_{ij} (kotak) dengan biaya transpor (C_{ij}) terkecil dan alokasikan sebanyak mungkin. Untuk C_{ij} terkecil, $X_{ij} = \text{minimum } [S_i, D_j]$. Ini akan menghabiskan baris i atau kolom j .
 2. Dari kotak-kotak sisanya yang layak (yaitu yang tidak terisi atau tidak dihilangkan), pilih nilai C_{ij} terkecil dan alokasikan sebanyak mungkin.
 3. Lanjutkan proses ini sampai semua penawaran dan permintaan terpenuhi.

Tuj Sbr	1	2	3	supply
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Demand	150	70	60	280

Solusi awal dengan biaya transpor total adalah :

$$\begin{aligned}
 Z &= (5 \times 70) + (6 \times 50) + (15 \times 70) + (12 \times 10) + (3 \times 80) \\
 &= 2060
 \end{aligned}$$

Caranya :

- Langkah pertama dalam metode LCV adalah menyarankan alokasi X_{31} karena $C_{31} = 3$ adalah kotak dengan biaya minimum. Jumlah yang dialokasikan adalah $X_{31} = \min [150, 80] = 80$. Karena alokasi ini menghabiskan penawaran sumber 3 sehingga baris 3 dihapus, dan X_{32} maupun X_{33} tak layak lagi. Juga, permintaan sebanyak 150 pada tujuan 1 dikurangi 80 sehingga sekarang permintaannya tinggal 70.
- Alokasi kotak selanjutnya dipilih dari 6 kotak sisanya, C_{ij} terkecil adalah $C_{12} = 5$ dan $X_{12} = \min [70, 120] = 70$.

- Alokasi kotak sisanya dibuat dengan cara yang sama.
- Jika terdapat nilai C_{ij} terkecil yang sama (kembar), pilih diantara kotak itu secara sembarang. Karena ini hanya merupakan solusi awal yang tidak berpengaruh terhadap solusi optimum, kecuali mungkin memerlukan iterasi yang lebih banyak untuk mencapainya.

Metode Aproksimasi Vogel

- VAM selalu memberikan suatu solusi awal yang lebih baik dibanding metode NWCR dan seringkali lebih baik daripada metode LCV.
- Pada beberapa kasus, solusi awal yang diperoleh melalui VAM akan menjadi optimum.
- VAM melakukan alokasi dalam suatu cara yang akan meminimumkan penalty (opportunity cost) dalam memilih kotak yang salah untuk suatu alokasi.

Prosedurnya

1. Hitung opportunity cost untuk setiap baris dan kolom. Opportunity cost untuk setiap baris i dihitung dengan mengurangi nilai C_{ij} terkecil pada baris itu dari nilai C_{ij} satu tingkat lebih besar pada baris yang sama. Opportunity cost kolom diperoleh dengan cara yang serupa. Biaya-biaya ini adalah penalty karena tidak memilih kotak dengan biaya minimum.
2. Pilih baris atau kolom dengan opportunity cost terbesar (jika terdapat nilai kembar, pilih secara sembarang). Alokasikan sebanyak mungkin ke kotak dengan nilai C_{ij} minimum pada baris atau kolom yang dipilih. Untuk C_{ij} terkecil. $X_{ij} = \text{minimum } [S_i, D_j]$. Artinya penalty terbesar dihindari.

3. Sesuaikan penawaran dan permintaan untuk menunjukkan alokasi yang sudah dilakukan. Hilangkan semua baris dan kolom dimana penawaran dan permintaan telah dihabiskan.
4. Jika semua penawaran dan permintaan belum dipenuhi, kembali ke langkah 1 dan hitung lagi opportunity cost yang baru. Jika semua penawaran dan permintaan, solusi awal telah diperoleh.

Tuj Sbr	1	2	3	supply
1	8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Demand	150	70	60	280

Penalty
Cost Baris

$$6 - 5 = 1$$

$$12 - 10 = 2$$

$$9 - 3 = 6$$

Penalty
terbesar

Penalty
Cost
Kolom

$$8 - 3 = 5 \quad 9 - 5 = 4 \quad 10 - 6 = 4$$

Selisih cost
terkecil

Tuj Sbr	1	2	3	supply	Penalty Cost Baris			
1	70 8	50 5	50 6	120	1	1	1	1
2	15	70 10	10 12	80	2	2	2	3
3	80 3	9	10	80	6	-	-	-
Demand	150	70	60	280				
Penalty Cost Kolom	5 7	4 4 4	4 4 4					

Solusi awal dengan biaya transpor total adalah :

$$Z = (8 \times 70) + (6 \times 50) + (10 \times 70) + (12 \times 10) + (3 \times 80) = 1920$$

- Dari pencarian solusi awal dengan ketiga metoda di atas, diperoleh kesimpulan bahwa biaya awal terkecil adalah 1920 yang diperoleh dari hasil pencarian dengan metoda VAM.
- Tetapi apakah solusi ini merupakan solusi optimum atau bukan, belum diketahui. Karena harus dilanjutkan ke langkah 2 untuk mencari solusi optimum.
- Setelah solusi layak dasar awal diperoleh, kemudian dilakukan perbaikan untuk mencapai solusi optimum.
- Pencarian solusi optimum dapat dilakukan dengan menggunakan metoda stepping stone atau metoda multiplier.

Metode Stepping Stone

- Setelah solusi layak dasar awal diperoleh dari masalah transportasi, langkah berikutnya adalah menekan ke bawah biaya transpor dengan memasukkan variabel non-basis (yaitu alokasi barang ke kotak kosong) ke dalam solusi.
- Proses evaluasi variabel non-basis yang memungkinkan terjadinya perbaikan solusi dan kemudian mengalokasikan kembali dinamakan metode stepping-stone.
- Variabel non-basis = kolom-kolom yang tidak mempunyai nilai
- Variabel basis = kolom-kolom yang mempunyai nilai

Beberapa hal penting dalam penyusunan jalur stepping stone :

1. Arah yang diambil, baik searah maupun berlawanan arah dengan jarum jam adalah tidak penting dalam membuat jalur tertutup.
2. Hanya ada satu jalur tertutup untuk setiap kotak kosong.
3. Jalur harus hanya mengikuti kotak terisi (dimana terjadi perubahan arah), kecuali pada kotak kosong yang sedang dievaluasi.
4. Namun, baik kotak terisi maupun kosong dapat dilewati dalam penyusunan jalur tertutup.
5. Suatu jalur dapat melintasi dirinya.
6. Sebuah penambahan dan sebuah pengurangan yang sama besar harus kelihatan pada setiap baris kolom pada jalur itu.

- Karena dari langkah 1 diperoleh solusi awal dari metoda VAM. Maka dari tabel VAM dilakukan perhitungan solusi optimum.

Tuj Sbr	1	2	3	supply
1	70 <div>8</div>	<div>5</div> + <div>50</div> -	<div>6</div>	120
2	<div>15</div>	<div>10</div> 70 -	<div>12</div> 10 +	80
3	80 <div>3</div>	<div>9</div>	<div>10</div>	80
Demand	150	70	60	280

Sbr \ Tuj	1	2	3	supply
	1	2	3	
1	70 - ↑	5 ↓	6 ↓	120
2	15 ↑	10 ↓	12 ↓	80
3	3 ↓	9 ↓	10 ↓	80
Demand	150	70	60	280

Tuj Sbr	1	2	3	supply
1	70 ⁺ 8	50 ⁻ 5	6	120
2	15	70 ⁻ 10	10 ⁺ 12	80
3	80 ⁻ 3	9	10	80
Demand	150	70	60	280

Tuj Sbr	1	2	3	supply
1	70 + ↑	8 50 →	6 -	120
2	15 70 ↑	10 10 ↓	12	80
3	3 80 ←	9 +	10	80
Demand	150	70	60	280

- Jalur stepping stone untuk semua kotak kosong :

$$X_{12} \Rightarrow X_{12} \rightarrow X_{13} \rightarrow X_{23} \rightarrow X_{22} \rightarrow X_{12}$$

$$X_{21} \Rightarrow X_{21} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{13} \rightarrow X_{23} \rightarrow X_{21}$$

$$X_{32} \Rightarrow X_{32} \rightarrow X_{31} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{13} \rightarrow X_{23} \rightarrow X_{22} \rightarrow X_{32}$$

$$X_{33} \Rightarrow X_{33} \rightarrow X_{31} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{13} \rightarrow X_{33}$$

- Perubahan biaya yang dihasilkan dari masing-masing jalur :

$$C_{12} = 5 - 6 + 12 - 10 = +1$$

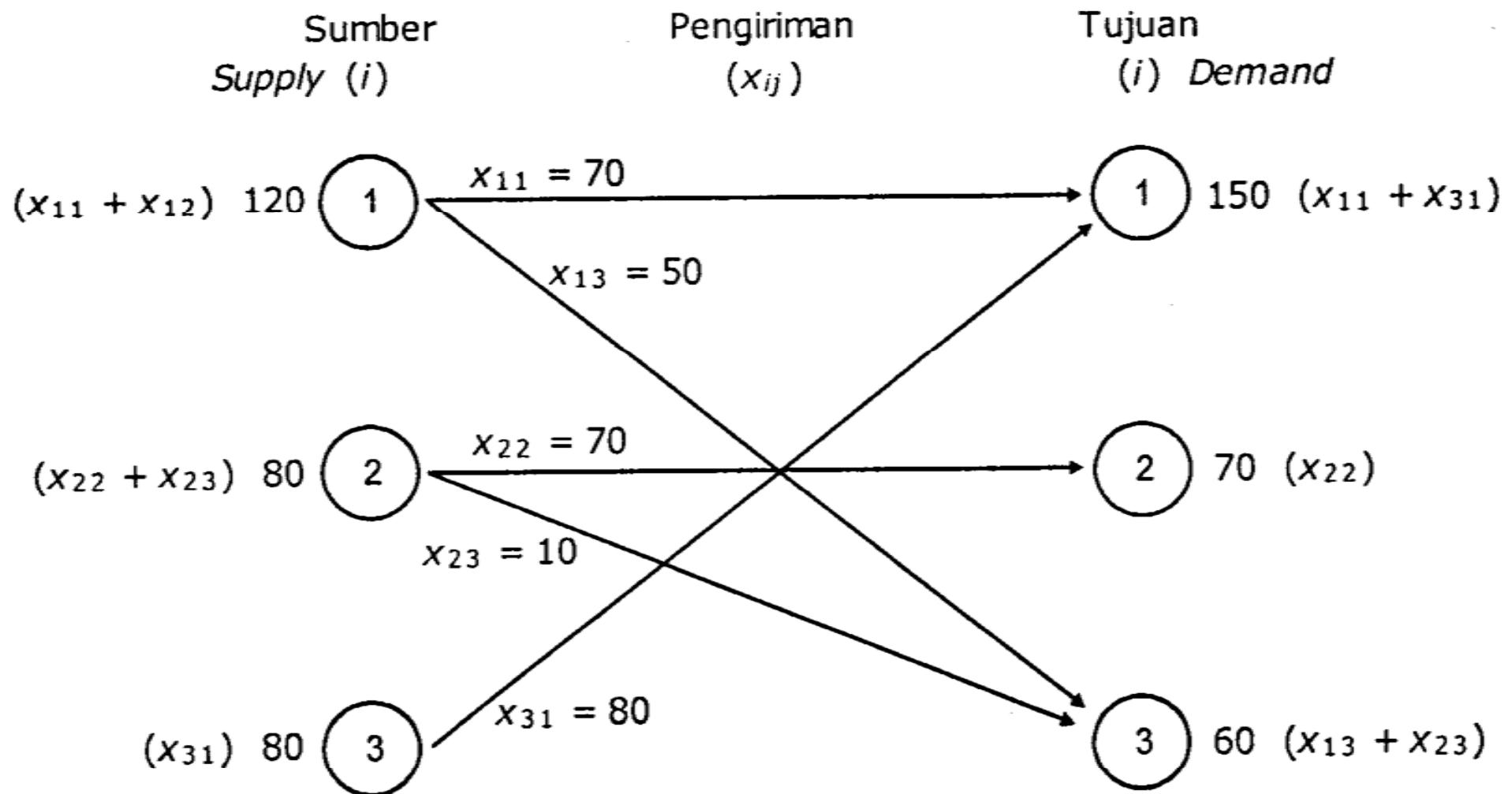
$$C_{21} = 15 - 8 + 6 - 12 = +1$$

$$C_{32} = 9 - 3 + 8 - 6 + 12 - 10 = +10$$

$$C_{33} = 10 - 3 + 8 - 6 = +9$$

Karena tidak ada calon entering variabel (semua kotak kosong memiliki C_{ij} positif), berarti solusi sudah optimum.

- Solusinya :



- Misal solusi awal yang diperoleh dari metode NWCR, maka evaluasi masing-masing variabel non basis dengan metoda stepping stone adalah sbb :

Tuj Sbr	1	2	3	supply
1	120 8	5	6	120
2	15	10	12	80
3	3	9	10	80
Demand	150	70	60	280

The diagram illustrates a stepping stone path for evaluating a non-basic variable. The path is a closed loop involving the following cells and values:

- Cell (1,1): Initial value 120, unit cost 8. The path starts here with a **-** sign.
- Cell (1,2): Unit cost 5. The path reaches here with a **+** sign.
- Cell (2,2): Unit cost 10. The path reaches here with a **-** sign.
- Cell (2,1): Unit cost 15. The path reaches here with a **+** sign.

The path values are: 120 (from (1,1) to (1,2)), 30 (from (1,2) to (2,2)), and 50 (from (2,2) to (2,1)).

<div>Tuj</div> <div>Sbr</div>	1	2	3	supply
1	<div>120</div> <div>8</div>	<div>5</div>	<div>6</div>	120
2	<div>15</div>	<div>10</div>	<div>12</div>	80
3	<div>3</div>	<div>9</div>	<div>10</div>	80
Demand	150	70	60	280

<div><div>Tuj</div><div>Sbr</div></div>	1	2	3	supply
1	120 <div>8</div>	<div>5</div>	<div>6</div>	120
2	<div>15</div>	50 <div>10</div>	<div>12</div>	80
3	<div>3</div>	<div>9</div>	<div>10</div>	80
Demand	150	70	60	280

-

20⁺

+

60

-

20⁺

Sbr \ Tuj				supply
	1	2	3	
1	120 8	5	6	120
2	30 15	10	12	80
3	3	9	10	80
Demand	150	70	60	280

Diagram illustrating a transportation problem solution with adjustments:

- From cell (2,1) to (2,2): $-$ (decrease by 30)
- From cell (2,2) to (3,2): $+$ (increase by 50)
- From cell (3,2) to (3,1): $-$ (decrease by 20)
- From cell (3,1) to (2,1): $+$ (increase by 30)

- Jalur stepping stone untuk semua kotak kosong :

$$X_{12} \Rightarrow X_{12} \rightarrow X_{22} \rightarrow X_{21} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{12}$$

$$X_{13} \Rightarrow X_{13} \rightarrow X_{33} \rightarrow X_{32} \rightarrow X_{22} \rightarrow X_{21} \rightarrow X_{11} \rightarrow X_{13}$$

$$X_{23} \Rightarrow X_{23} \rightarrow X_{33} \rightarrow X_{32} \rightarrow X_{22} \rightarrow X_{23}$$

$$X_{31} \Rightarrow X_{31} \rightarrow X_{21} \rightarrow X_{22} \rightarrow X_{32} \rightarrow X_{31}$$

- Perubahan biaya yang dihasilkan dari masing-masing jalur :

$$C_{12} = 5 - 10 + 15 - 8 = +2$$

$$C_{21} = 6 - 10 + 9 - 10 + 15 - 8 = +2$$

$$C_{32} = 12 - 10 + 9 - 10 = +1$$

$$C_{31} = 3 - 15 + 10 - 9 = -11$$

- Hanya nilai X_{31} yang memiliki perubahan biaya negatif ($C_{31} = -11$), sehingga X_{31} adalah variabel nonbasis dengan nilai Cij negatif, yang jika dimasukkan ke solusi yang ada akan menurunkan biaya.
- Jika terdapat dua atau lebih variabel nonbasis dengan Cij negatif, maka dipilih satu yang memiliki perubahan menurunkan biaya yang terbesar.
- Jika terdapat nilai kembar, pilih salah satu secara sembarang.
- Karena telah menentukan X_{31} adalah entering variabel, kemudian harus ditetapkan berapa yang akan dialokasikan ke kotak X_{31} (tentunya ingin dialokasikan sebanyak mungkin ke X_{31}).
- Untuk menjaga kendala penawaran dan permintaan, alokasi harus dibuat sesuai dengan jalur stepping stone yang telah ditentukan untuk X_{31}

Iterasi 1 :

Tuj Sbr	1	2	3	supply
1	120 8	5	6	120
2	10 15	70 10	12	80
3	20 3	9	60 10	80
Demand	150	70	60	280

- Proses stepping stone yang sama untuk mengevaluasi kotak kosong harus diulang, untuk menentukan apakah solusi telah optimum atau apakah ada calon entering variabel

Iterasi 2 :

Tuj Sbr	1	2	3	supply
1	120 8	5	6	120
2	15	10 70	12 10	80
3	3 30	9	10 50	80
Demand	150	70	60	280

Iterasi 3 :

Tuj Sbr	1	2	3	supply
1	70 8	50 5	50 6	120
2	70 15	70 10	10 12	80
3	80 3	70 9	70 10	80
Demand	150	70	60	280

Metode Multiplier

- Metode ini adalah variasi metode stepping stone yang didasari pada perumusan dual.
- Pada metode ini tidak perlu menentukan semua jalur tertutup variabel nonbasis. Sebagai gantinya, nilai-nilai C_{ij} ditentukan secara serentak dan hanya jalur tertutup untuk entering variabel yang diidentifikasi
- Langkahnya :
 1. Tentukan nilai-nilai U_i untuk setiap baris dan nilai-nilai V_j untuk setiap kolom dengan menggunakan hubungan $C_{ij} = U_i + V_j$ untuk semua basis dan tetapkan nilai nol untuk U_1 .
 2. Hitung perubahan biaya, C_{ij} untuk setiap variabel nonbasis dengan menggunakan rumus $C_{ij} = C_{ij} - U_i - V_j$.
 3. Jika terdapat nilai C_{ij} negatif, solusi belum optimal. Pilih variabel X_{ij} dengan nilai C_{ij} negatif terbesar sebagai entering variabel.
 4. Alokasikan barang ke entering variabel, X_{ij} sesuai proses stepping stone. Kembali ke langkah 1.

- Misal solusi awal yang diperoleh dari metode NWCR

$$V_1 = 8 \quad V_2 = 3 \quad V_3 = 4$$

Tuj Sbr		1	2	3	supply
$U_1 = 0$	1	120 8	5	6	120
$U_2 = 7$	2	30 15	50 10	12	80
$U_3 = 6$	3	3	20 9	60 10	80
Demand		150	70	60	280

- Perubahan biaya :

$$C_{12} = C_{12} - U_1 - V_2 = 5 - 0 - 3 = 2$$

$$C_{13} = C_{13} - U_1 - V_3 = 6 - 0 - 4 = 2$$

$$C_{23} = C_{23} - U_2 - V_3 = 12 - 7 - 4 = 1$$

$$C_{31} = C_{31} - U_3 - V_1 = 3 - 6 - 8 = -11$$

- C_{31} negatif, menunjukkan bahwa solusi yang ada adalah tidak optimal dan X_{31} adalah entering variabel.
- Jumlah yang dialokasikan ke X_{31} harus ditentukan sesuai dengan prosedur stepping stone, sehingga 20 unit dialokasikan ke X_{31} .

Iterasi 1 :

Tuj Sbr	1	2	3	supply
1	120 8	5	6	120
2	10 15	70 10	12	80
3	20 3	9	60 10	80
Demand	150	70	60	280

- Pada tahap ini, nilai-nilai U_i , V_j dan C_{ij} pada tabel baru harus dihitung lagi untuk uji optimalitas dan menentukan entering variabel.
- Solusi optimum untuk contoh di atas ini memerlukan iterasi yang sama dengan metode stepping stone dan alokasi yang sama akan terjadi pada setiap iterasi.