

# ASSIGNMENT MODEL

MATAKULIAH RISET OPERASIONAL

Pertemuan Ke-12

Riani Lubis

Jurusan Teknik Informatika

Universitas Komputer Indonesia

# Masalah Penugasan

- Salah satu metode yang digunakan untuk Penugasan adalah Metode Hungarian.
- Pada metode Hungarian, jumlah sumber-sumber yang ditugaskan harus sama persis dengan jumlah tugas yang akan diselesaikan.
- Setiap sumber harus ditugaskan hanya untuk satu tugas.
- Jadi masalah penugasan akan mencakup sejumlah  $m$  sumber yang mempunyai  $n$  tugas/tujuan (satu sumber untuk satu tujuan).
- Diasumsikan  $m = n$ , sehingga ada  $n!$  ( $n$  faktorial) kemungkinan.
- Masalah ini dapat dijelaskan dengan mudah dalam bentuk matriks segi empat, dimana baris-barisnya menunjukkan sumber-sumber dan kolom-kolomnya menunjukkan tugas-tugas/tujuan-tujuan.
- Sumber : pekerja
- Tujuan/Tugas : pekerjaan, mesin-mesin

- Persoalan penugasan melibatkan penugasan karyawan ke tempat tugas, penjualan ke daerah, penawaran kontrak, atau fungsi-fungsi di pabrik.
- Dalam menggunakan metode penugasan, pihak manajemen mencari rute penugasan yang akan mengotpimumkan tujuan tertentu.
- Jadi masalah penugasan menyangkut penempatan para pekerja pada bidang yang tersedia agar biaya yang ditanggung dapat diminimumkan.
- Pada model penugasan, jumlah pasokan pada setiap sumber dan jumlah permintaan pada setiap tujuan adalah satu. Artinya setiap pekerja hanya menangani satu pekerjaan dan sebaliknya setiap pekerjaan hanya ditangani satu pekerja.

# Tabel Persoalan Penugasan

<div>Ke</div> <div>Dari</div>		TUJUAN				Kapasitas
		1	2	...	n	
SUMBER	1	<div><math>C_{11}</math></div> <div><math>X_{11}</math></div>	<div><math>C_{12}</math></div> <div><math>X_{12}</math></div>	...	<div><math>C_{1n}</math></div> <div><math>X_{1n}</math></div>	1
	2	<div><math>C_{21}</math></div> <div><math>X_{21}</math></div>	<div><math>C_{22}</math></div> <div><math>X_{22}</math></div>	...	<div><math>C_{1n}</math></div> <div><math>X_{1n}</math></div>	1
	...	...	...	...	...	...
	m	<div><math>C_{m1}</math></div> <div><math>X_{m1}</math></div>	<div><math>C_{m1}</math></div> <div><math>X_{m1}</math></div>	...	<div><math>C_{mn}</math></div> <div><math>X_{mn}</math></div>	1
Kapasitas		1	1	...	1	

Dimana,

$X_{ij}$  : unit alokasi dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$  (hanya bernilai 1 atau 0)

$C_{ij}$  : parameter alokasi dari sumber  $i$  ke tujuan  $j$

Dalam hal ini berlaku :

1.  $X_{i1} + X_{i2} + \dots + X_{in} = 1$  untuk  $i = 1, 2, \dots, m$ . Artinya bahwa pada tiap  $i$  hanya ada satu  $X_{ij}$  yang bernilai 1 sedangkan yang lainnya bernilai 0.
2.  $X_{1j} + X_{2j} + \dots + X_{mj} = 1$  untuk  $j = 1, 2, \dots, n$ . Artinya bahwa pada tiap  $j$  hanya ada satu  $X_{ij}$  yang bernilai 1 sedangkan yang lainnya bernilai 0.
3. Nilai alokasi dari sumber ke tujuan sangat bergantung kepada nilai  $C_{ij}$  dan  $X_{ij}$ , namun karena  $X_{ij}$  hanya bernilai 1 atau 0 maka nilai alokasi tersebut sangat dipengaruhi oleh  $C_{ij}$ .

# Perumusan Model Penugasan

Maksimum/ Minimum :

$$Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} X_{ij}$$

Pembatas :

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

$$X_{ij} \geq 0$$

# Masalah Minimasi

Langkah-langkahnya :

1. Melakukan pengurangan baris dengan cara :
  - a. Memilih biaya terkecil setiap baris
  - b. Kurangkan semua biaya dengan biaya terkecil setiap baris sehingga menghasilkan reduced cost matrix (matrik biaya yang telah dikurangi)
2. Melakukan pengurangan kolom

Berdasarkan hasil tabel langkah 1, pilih biaya terkecil setiap kolom untuk mengurangi seluruh biaya dalam kolom-kolom tersebut, sehingga menghasilkan matrix total opportunity cost. Jika langkah 1 telah menghasilkan paling sedikit satu nilai nol pada setiap kolom, maka langkah 2 dapat dihilangkan.

### 3. Membentuk penugasan optimum

Prosedur praktis untuk melakukan tes optimalisasi adalah dengan menarik sejumlah minimum garis horisontal dan/atau vertikal untuk meliputi seluruh elemen bernilai nol dalam total opportunity cost matrix. Jika jumlah garis sama dengan jumlah baris/kolom maka penugasan telah optimal. Jika tidak maka harus direvisi

### 4. Melakukan revisi tabel

- a. Untuk merevisi total opportunity cost, pilih angka terkecil yang tidak terliput (dilewati) garis.
- b. Kurangkan angka yang tidak dilewati garis dengan angka terkecil
- c. Tambahkan angka yang terdapat pada persilangan garis dengan angka terkecil
- d. Kembali ke langkah 3



# Contoh :

Sebuah perusahaan mempunyai 4 jenis pekerjaan untuk diselesaikan oleh 4 karyawan. Biaya penugasan tiap karyawan untuk tiap jenis pekerjaan adalah berbeda. Setiap karyawan mempunyai tingkat keterampilan, pengalaman kerja, dan latar belakang pendidikan yang berbeda. Sehingga biaya penyelesaian pekerjaan yang sama oleh para karyawan yang berlainan juga berbeda (ditunjukkan dalam tabel biaya di bawah).

PEKERAJAAN KARYAWAN				
	I	II	III	IV
RANI	Rp. 150	Rp. 200	Rp. 180	Rp. 220
RANO	Rp. 140	Rp. 160	Rp. 210	Rp. 170
RINI	Rp. 250	Rp. 200	Rp. 230	Rp. 200
RONI	Rp. 170	Rp. 180	Rp. 180	Rp. 160

PEKERAJAAN KARYAWAN	I	II	III	IV
RANI	$150 - 150 = 0$	$200 - 150 = 50$	$180 - 150 = 30$	$220 - 150 = 70$
RANO	$140 - 140 = 0$	$160 - 140 = 20$	$210 - 140 = 70$	$170 - 140 = 30$
RINI	$250 - 200 = 50$	$200 - 200 = 0$	$230 - 200 = 30$	$200 - 200 = 0$
RONI	$170 - 160 = 10$	$180 - 160 = 20$	$180 - 160 = 20$	$160 - 160 = 0$

### Reduced Cost Matrix :

	1	2	3	4
1	0	50	30	70
2	0	20	70	30
3	50	0	30	0
4	10	20	20	0

### Total Opportunity Cost Matrix :

	1	2	3	4
1	0	50	10	70
2	0	20	50	30
3	50	0	10	0
4	10	20	0	0

### Tes Optimalisasi :

	1	2	3	4
1	0	50	10	70
2	0	20	50	30
3	<del>50</del>	0	10	0
4	<del>10</del>	20	0	0

### Revised Matrix :

	1	2	3	4
1	<del>0</del>	40	0	60
2	0	10	40	20
3	<del>60</del>	0	10	0
4	<del>20</del>	20	0	0

Berikut tabel penugasannya :

PENUGASAN		BIAYA
RANI	- III	Rp. 180
RANO	- I	Rp. 140
RINI	- II	Rp. 200
RONI	- IV	Rp. 160
		Rp. 680

# Jumlah Sumber $\neq$ Jumlah Tujuan

- Bila jumlah tujuan/pekerjaan lebih besar dari jumlah sumber/karyawan, maka harus ditambahkan tujuan/karyawan semu (*dummy worker*). Biaya semu sama dengan nol karena tidak akan terjadi biaya bila suatu pekerjaan ditugaskan ke karyawan semu.
- Bila jumlah sumber/karyawan lebih banyak daripada tujuan/pekerjaan, maka ditambahkan pekerjaan semu (*dummy job*).
- Prosedur penyelesaian sama dengan langkah-langkah sebelumnya.

# Masalah Maksimasi

- Dalam masalah maksimasi, elemen-elemen matriks menunjukkan tingkat keuntungan.
- Efektivitas pelaksanaan tugas oleh karyawan diukur dengan jumlah kontribusi keuntungan.
- Langkah-langkahnya :
  1. Seluruh elemen dalam tiap baris dikurangi dengan nilai maksimum dalam baris yang sama., sehingga menghasilkan *Matrix Opportunity Loss*.
  2. Meminimumkan *opportunity loss* dengan cara mengurangi seluruh elemen dalam setiap kolom (belum ada nol) dengan elemen terkecil dari kolom tersebut, sehingga diperoleh Matriks Total *Opportunity Loss*.
  3. Menarik sejumlah garis horisontal dan/atau vertikal untuk meliputi seluruh elemen bernilai nol dalam total *opportunity loss matrix*. Jika jumlah garis sama dengan jumlah baris/kolom maka penugasan telah optimal. Jika tidak maka harus direvisi.
  4. Merevisi matriks

# Contoh :

Tabel Keuntungan :

PEKERAJAAN KARYAWAN	I	II	III	IV	V
RANI	Rp. 1000	Rp. 1200	Rp. 1000	Rp. 800	<b>Rp. 1500</b>
RANO	Rp. 1400	Rp. 1000	Rp. 900	<b>Rp. 1500</b>	Rp. 1300
RINI	Rp. 900	Rp. 800	Rp. 700	Rp. 800	<b>Rp. 1200</b>
RONI	Rp. 1300	Rp. 1500	Rp. 800	<b>Rp. 1600</b>	Rp. 1100
RINA	Rp. 1000	Rp. 1300	Rp. 1400	Rp. 1100	<b>Rp. 1700</b>



Matriks Opportunity Loss :

	1	2	3	4	5
1	500	300	500	700	0
2	<b>100</b>	500	600	0	200
3	300	400	500	400	0
4	300	<b>100</b>	800	0	500
5	700	400	<b>300</b>	600	0

Matriks Total Opportunity Loss :

	1	2	3	4	5
1	400	<b>200</b>	<b>200</b>	700	0
2	<del>0</del>	400	300	0	200
3	<b>200</b>	300	<b>200</b>	400	0
4	<del>200</del>	0	500	0	500
5	<del>600</del>	300	0	600	0

**Matriks hasil revisi :**

	1	2	3	4	5
1	200	0	0	500	0
2	0	400	300	0	400
3	0	100	0	200	0
4	200	0	500	0	700
5	600	300	0	600	200

Penugasan Alternatif 1	Keuntungan	Penugasan Alternatif 2	Keuntungan
RANI - II	Rp. 1200	RANI - V	Rp. 1500
RANO - I	Rp. 1400	RANO - IV	Rp. 1500
RINI - V	Rp. 1200	RINI - I	Rp. 900
RONI - IV	Rp. 1600	RONI - II	Rp. 1500
RINA - III	Rp. 1400	RINA - III	Rp. 1400
	Rp. 6800		Rp. 6800