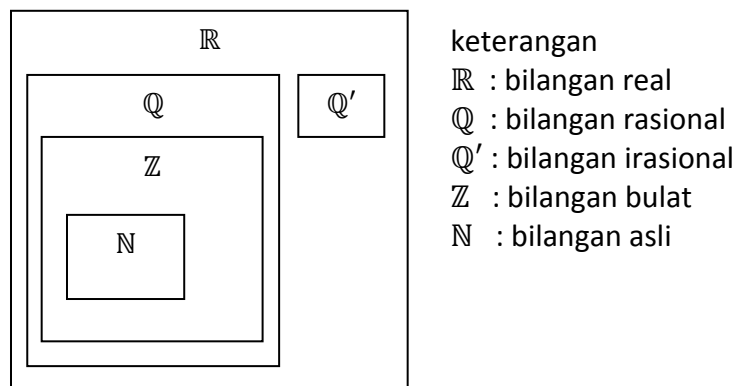


SISTEM BILANGAN REAL

Materi :

1.1 Pendahuluan

Sistem Bilangan Real adalah himpunan bilangan real yang disertai dengan operasi penjumlahan dan perkalian sehingga memenuhi aksioma tertentu, ini merupakan semesta pembicaraan dalam Kalkulus. Sedangkan himpunan bilangan real sendiri adalah gabungan dari himpunan bilangan rasional dan himpunan bilangan irasional. Berikut adalah diagram Venn dari himpunan bilangan real.



Gambar 1.1 Diagram Venn Himpunan Bilangan Real

Berdasarkan definisi, himpunan real terdiri dari dua himpunan besar yaitu

1. Himpunan bilangan rasional: himpunan bilangan hasil bagi bilangan bulat (pecahan)

Contoh: $\frac{3}{5}, \frac{16}{2}, -\frac{7}{13}, \dots$

2. Himpunan bilangan irasional: himpunan bilangan yang tidak dapat dibentuk pecahan.

Contoh: $\sqrt{2}, \log 3, \pi$

Ciri lain dari himpunan bilangan irasional adalah bentuk desimal tak hingga, tetapi bukan desimal tak hingga yang berulang, karena desimal tak hingga berulang dapat diubah kedalam pecahan.

Contoh:

1. $0,33333333\dots = \frac{1}{3}$

2. $0,7777777\dots = \frac{7}{9}$

$$3. 0,18181818 \dots = \frac{2}{11}$$

1.2 Sifat-sifat Medan dan Sifat-sifat Urutan Bilangan Real

1.2.1 Sifat-sifat Medan

Jika x, y, z adalah anggota bilangan real, maka berlaku sifat-sifat medan sebagai berikut:

1. Sifat komutatif penjumlahan

$$x + y = y + x$$

2. Sifat asosiatif penjumlahan

$$(x + y) + z = x + (y + z)$$

3. Sifat distributif kiri

$$x(y + z) = xy + xz$$

4. Sifat distributif kanan

$$(x + y)z = xz + yz$$

5. Elemen identitas penjumlahan

Ada 0 anggota himpunan bilangan real, sehingga $x + 0 = x$

6. Sifat invers penjumlahan

Untuk setiap $x \in \mathbb{R}$, ada $(-x)$ sedemikian hingga $x + (-x) = 0 = (-x) + x$

7. Sifat komutatif perkalian

$$xy = yx$$

8. Sifat asosiatif perkalian

$$(xy)z = x(yz)$$

9. Elemen identitas perkalian

Ada 1 anggota himpunan bilangan real, sehingga $x \cdot 1 = x$

10. Sifat invers perkalian

Untuk setiap $x \in \mathbb{R} - \{0\}$, ada $\left(\frac{1}{x}\right)$, sedemikian hingga $x \left(\frac{1}{x}\right) = 1$

1.2.2 Sifat-sifat Urutan

1. Trikotomi

Jika x dan y adalah bilangan real, maka pasti berlaku salah satu

$x < y$ atau $x = y$ atau $x > y$

Contohnya: 2 dan 5, yang berlaku hanyalah $2 < 5$, tidak mungkin bahwa $2 = 5$ atau $2 > 5$

2. Transitif

$$x < y \text{ dan } y < z \text{ maka } x < z$$

$$x > y \text{ dan } y > z \text{ maka } x > z$$

$$x = y \text{ dan } y = z \text{ maka } x = z$$

Contohnya: $2 < 3$ dan $3 < 5$ maka $2 < 5$

3. Penambahan

$$x < y \leftrightarrow x + z < y + z$$

$$x > y \leftrightarrow x + z > y + z$$

$$x = y \leftrightarrow x + z = y + z$$

Contohnya: jika $x = 2$ dan $y = 5$ dan $z = -10$ maka

$$2 < 5 \leftrightarrow 2 + (-10) < 5 + (-10)$$

$$2 < 5 \leftrightarrow -8 < -5$$

4. Perkalian

Jika z bilangan positif:

$$x < y \leftrightarrow xz < yz$$

$$x > y \leftrightarrow xz > yz$$

$$x = y \leftrightarrow xz = yz$$

Contohnya: Jika $x = 5, y = 2, z = 3$ maka $5 > 2 \leftrightarrow 5.3 > 2.3$

$$5 > 2 \leftrightarrow 15 > 6$$

Jika z bilangan negatif

$$x < y \leftrightarrow xz > yz$$

$$x > y \leftrightarrow xz < yz$$

$$x = y \leftrightarrow xz = yz$$

Contohnya: Jika $x = 3, y = 4$, dan $z = -\frac{1}{2}$ maka $3 < 4 \leftrightarrow 3\left(-\frac{1}{2}\right) > 4\left(-\frac{1}{2}\right)$

$$3 < 4 \leftrightarrow -\frac{3}{2} > -2$$

1.3 Definisi Angka Penting

Angka peting adalah bilangan yang diperoleh dari hasil pengukuran yang terdiri dari angka-angka penting yang sudah pasti terbaca pada alat ukur dan 1 angka terakhir yang ditaksir/diragukan.

1.4 Aturan-aturan angka penting

Berikut aturan angka penting:

1. Angka yang bukan nol adalah angka penting

Misal: **12345** = 5 angka penting

859 = 3 angka penting

2. Angka nol di sebelah kanan tanda desimal dan tidak diapit bukan angka nol **bukan** angka penting

Misal: **125,00** = 3 angka penting

1250,00 = 4 angka penting

125000 = 3 angka penting (karena tidak ada tanda desimal)

125000, = 6 angka penting

3. Angka nol yang terletak di sebelah kiri angka bukan nol atau setelah tanda desimal **bukan** angka penting

Misal: 0,00**123** = 3 angka penting

0,**12003** = 5 angka penting (karena angka nol diapit oleh angka bukan nol)

0,00012300 = 5 angka penting

4. Angka nol yang berada di antara angka bukan nol termasuk angka penting.

Misal: 0,00**12003** = 5 angka penting

5. Dalam **penjumlahan dan pengurangan** angka penting, hasil dinyatakan memiliki 1 angka perkiraan dan 1 angka yang meragukan.

Misal: **1,5345 + 3,29 = 4,8245** dan hasilnya ditulis sebagai **4,82**

6. Dalam **perkalian dan pembagian**, hasil operasi dinyatakan dalam jumlah angka penting yang paling sedikit sebagaimana banyaknya angka penting dari bilangan-bilangan yang dioperasikan.

Misal: $0,12 \times 5,20956 = 0,6251472$ maka hasilnya ditulis menjadi 0,62

7. Batasan jumlah angka penting bergantung dengan tanda yang diberikan pada urutan angka dimaksud.

Misal: 1234 = 4 angka penting

1234 = 3 angka penting atau ditulis 12**34**

Latihan

1. Ubah masing-masing desimal berulang menjadi suatu hasil bagi dua bilangan bulat:
 - a. $0,2171717171717\ldots$
 - b. $3,929292\ldots$
2. Carilah bilangan rasional antara $\frac{17}{37}$ dengan $\frac{52}{111}$
3. Gunakan sifat-sifat medan untuk menyederhanakan bentuk-bentuk dibawah ini:
 - a. $(2x - 3)^2$
 - b. $\frac{2x-2x^2}{x^3-2x^2+x}$
 - c. $\frac{\frac{x}{x-3} - \frac{2}{x^2-4x+3}}{\frac{5}{x-1} + \frac{5}{x-3}}$
4. Tentukan jumlah angka penting pada bilangan-bilangan dibawah ini:
 - a. 1379000
 - b. 143000,01
 - c. 0,000987
 - d. 0,10000000
 - e. 0,12000004