

# Pertemuan 5

## HISTOGRAM

- Pertemuan ini membahas tentang :
  - Pembuatan Histogram
  - Algoritma Perhitungan
  - Pengubahan Histogram
  - Perataan Histogram (Histogram Equalization)
  - Spesifikasi Histogram

# Pembuatan Histogram

- Histogram Citra adalah

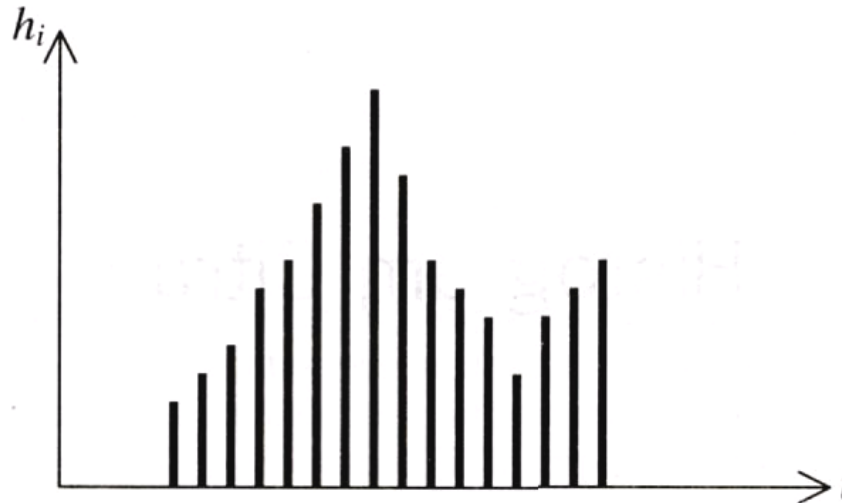
$$h_i = \frac{n_i}{n}, \quad i = 0, 1, \dots, L - 1$$

- Dimana

$L$  = derajat keabuan

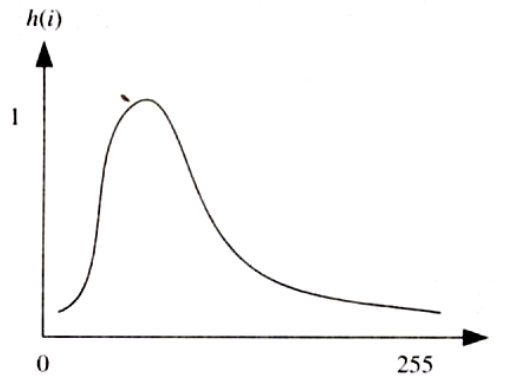
$n_i$  = jumlah *pixel* yang memiliki derajat keabuan  $i$

$n$  = jumlah seluruh *pixel* di dalam citra

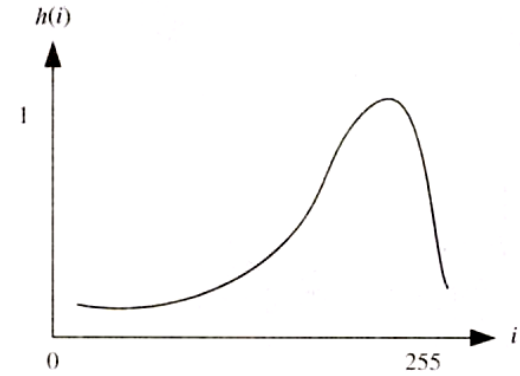


# Pembuatan Histogram

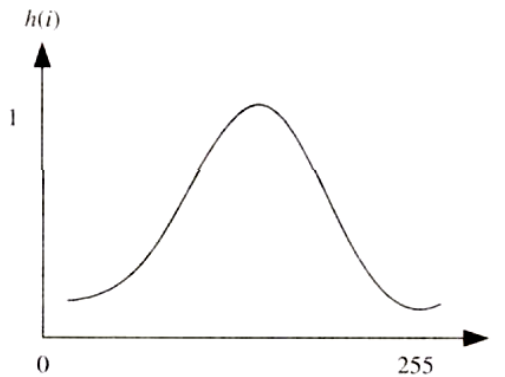
- Ciri citranya
  - a) Gelap
  - b) Terang
  - c) Normal
  - d) Normal Brightness dan Contrast



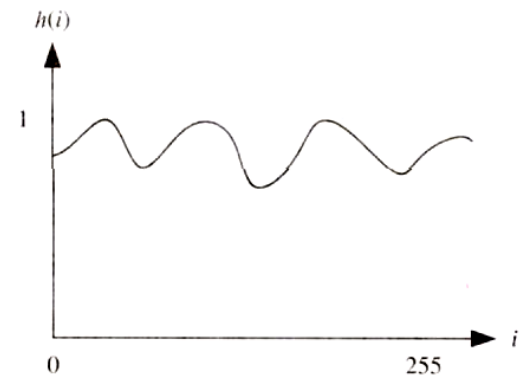
(a)



(b)



(c)



(d)

# Algoritma Histogram

- Contoh, citra 8x8 dengan skala keabuan 0 - 15

3	7	7	8	10	12	14	10
2	0	0	0	1	8	15	15
14	6	5	9	8	10	9	12
12	12	11	8	8	10	11	1
0	2	3	4	5	13	10	14
4	5	0	0	1	0	2	2
15	13	11	10	9	9	8	7
2	1	0	10	11	14	13	12

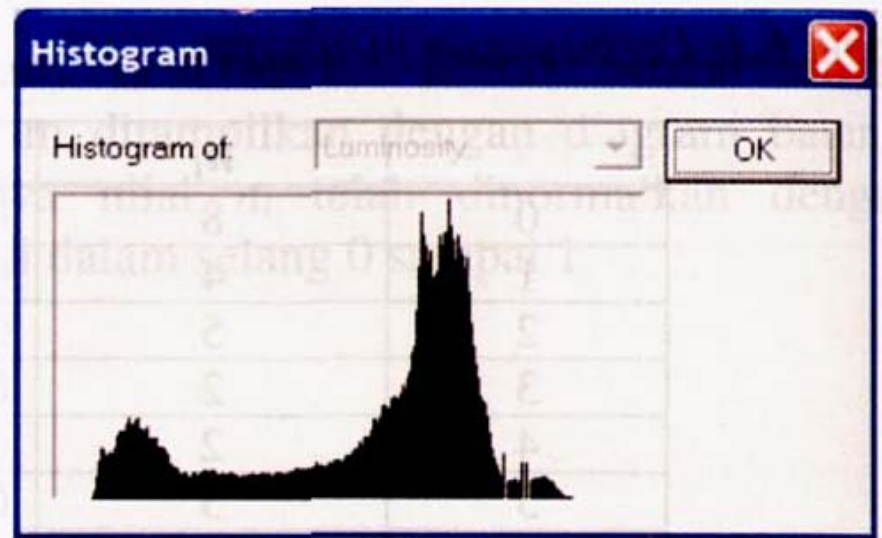
	$n_i$	$h_i = n_i/n \ (n = 6)$
0	8	0.125
1	4	0.0625
2	5	0.078125
3	2	0.03125
4	2	0.03125
5	3	0.046875
6	1	0.015625
7	3	0.046875
8	6	0.09375
9	3	0.046875
10	7	0.109375
11	4	0.0625
12	5	0.078125
13	3	0.046875
14	4	0.0625
15	3	0.046875

# Pembuatan Histogram

- Contoh citra hitam-putih



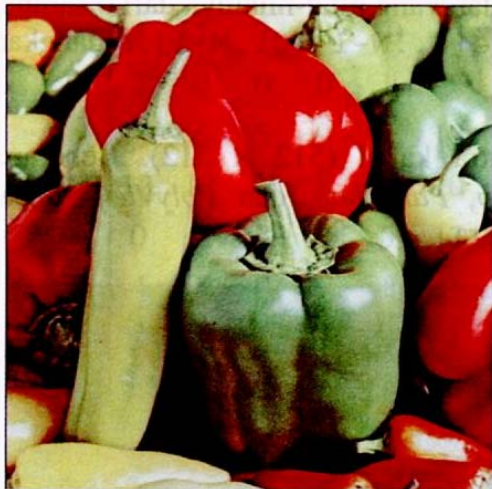
(a) kapal 512 x 512, 8-bit



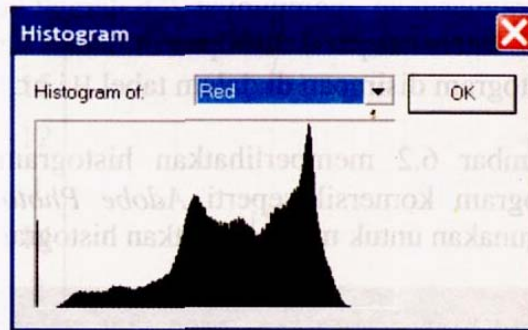
(b) Histogram citra kapal (by *PolyView* )

# Pembuatan Histogram

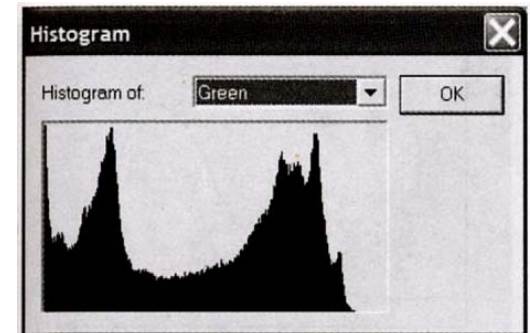
- Contoh citra berwarna



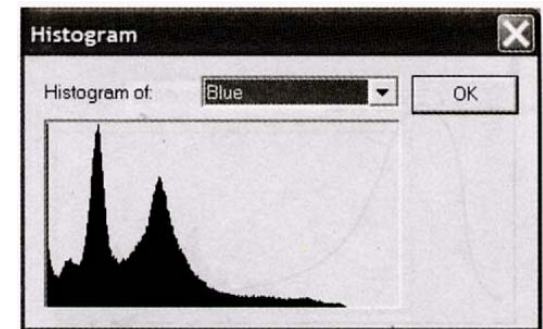
(a) *pepper (color)*, 512x512, 24-bit



(b) Histogram untuk kanal merah

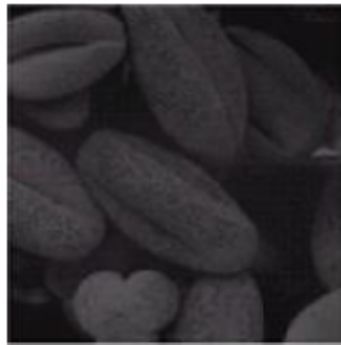


(c) Histogram untuk kanal hijau

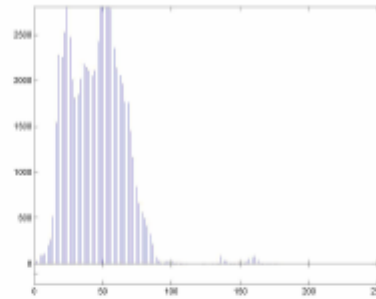


(d) Histogram untuk kanal biru

# Pengubahan Histogram



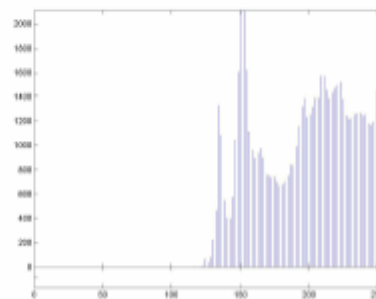
(a) Citra Gelap



(b) Histogramnya



(c) Citra Terang

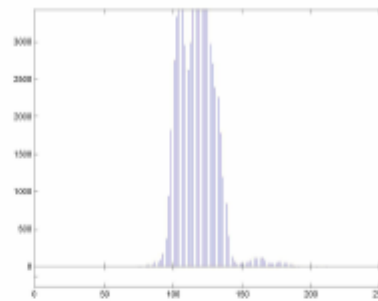


(d) Histogramnya

# Pengubahan Histogram



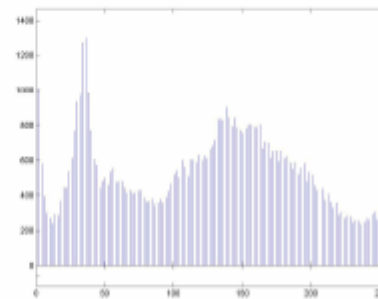
(e) Citra Kontras Rendah



(f) Histogramnya



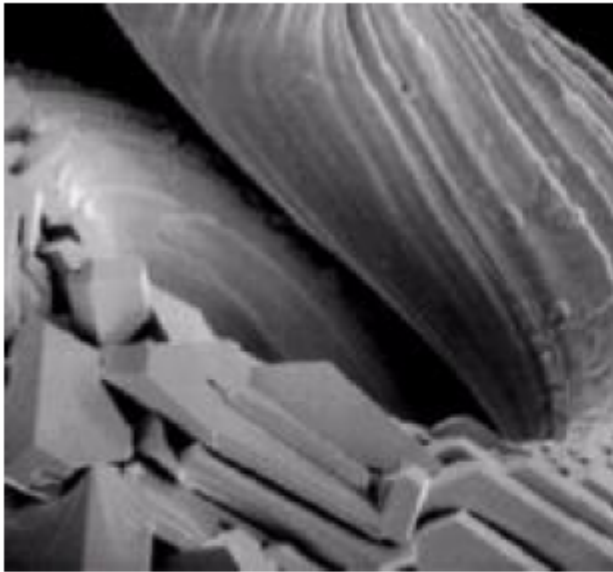
(g) Citra Kontras Tinggi



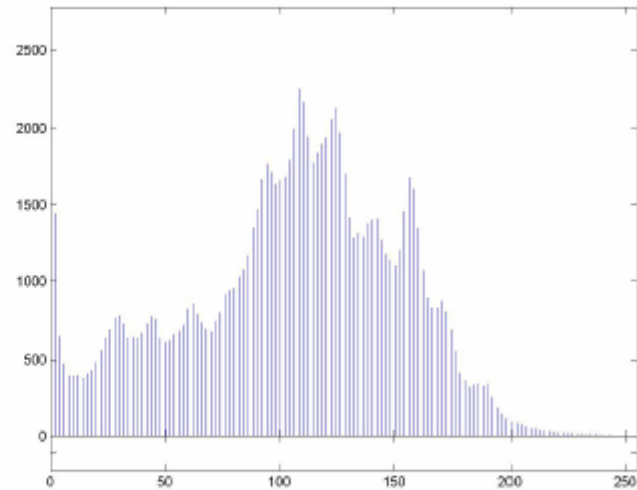
(h) Histogramnya



# Pengubahan Histogram



(a) Citra Asli

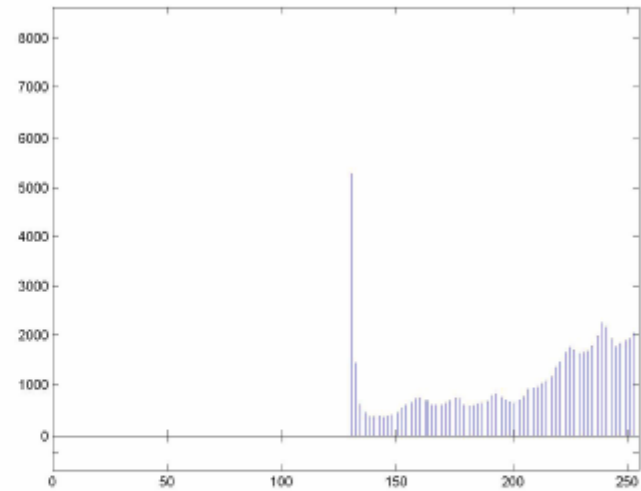


(b) Histogram Citra Asli

# Pengubahan Histogram



(c) Citra Asli ditambah tingkat keabuan  
130

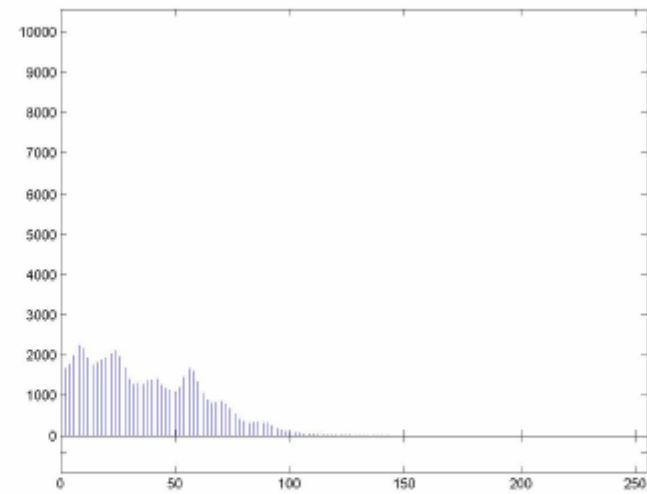


(d) Histogramnya

# Pengubahan Histogram



(e) Citra Asli dikurangi tingkat keabuan  
100

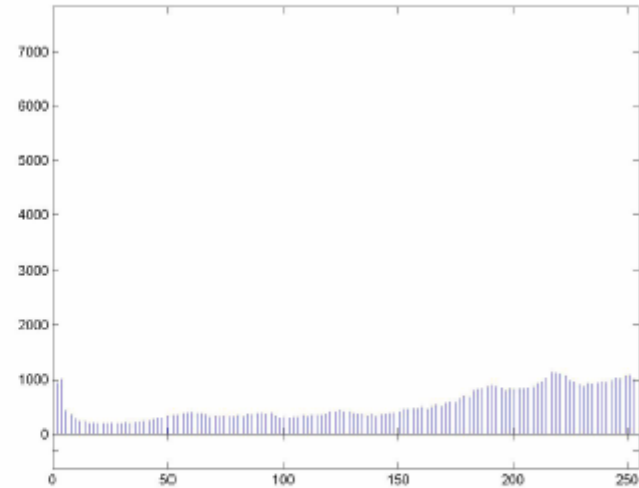


(f) Histogramnya

# Pengubahan Histogram

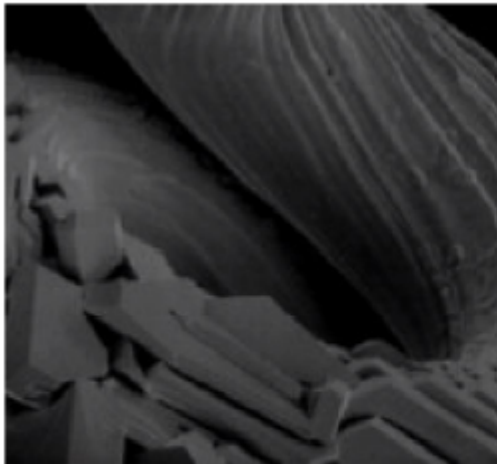


(c) Citra Asli dikalikan 2

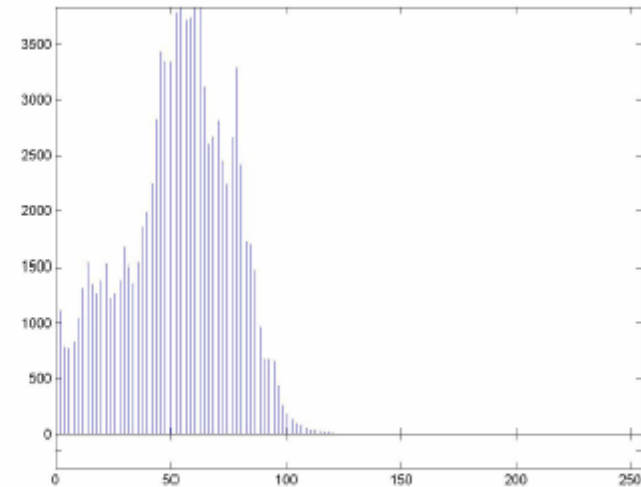


(d) Histogramnya

# Pengubahan Histogram



(e) Citra Asli dikalikan 0.5



(f) Histogramnya

# Pengubahan Histogram

- Ada dua cara
  - Perataan Histogram
  - Spesifikasi Histogram

# Perataan Histogram

- Rumus histogram ~ rumus peluang

$$P_r(r_k) = \frac{n_k}{n}$$

$$r_k = \frac{k}{L-1}, \quad 0 \leq k \leq L-1$$

- Derajat keabuan ( $k$ ) dinormalkan terhadap derajat keabuan terbesar ( $L-1$ ).
- $r_k = 0 \sim$  hitam,  $r_k = 1 \sim$  putih

# Perataan Histogram

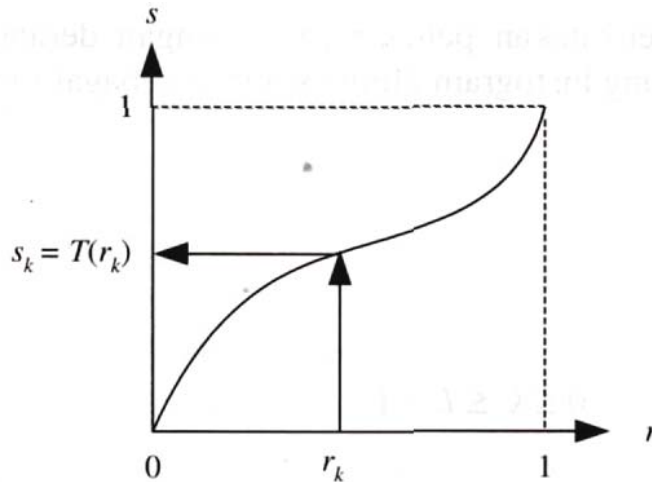
- Contoh,  $L=8$

$k$	$r_k$
0	$0/7 = 0$
1	$1/7$
2	$2/7$
3	$3/7$
4	$4/7$
5	$5/7$
6	$6/7$
7	$7/7 = 1$



# Perataan Histogram

- Pengertiannya
  - Mengubah derajat keabuan suatu pixel ( $r$ ) dengan derajat keabuan yang baru dengan suatu fungsi transformasi  $T$ , dimana  $s=T(r)$



- Sifatnya
  - Nilai  $s$  adalah pemetaan 1 ke 1 dari  $r$ , sehingga  $r$  dapat diperoleh dari transformasi invers  $r = T^{-1}(s)$ ,  $0 \leq s \leq 1$
  - Untuk  $0 \leq r_i \leq 1$ , maka  $0 \leq T(r) \leq 1$

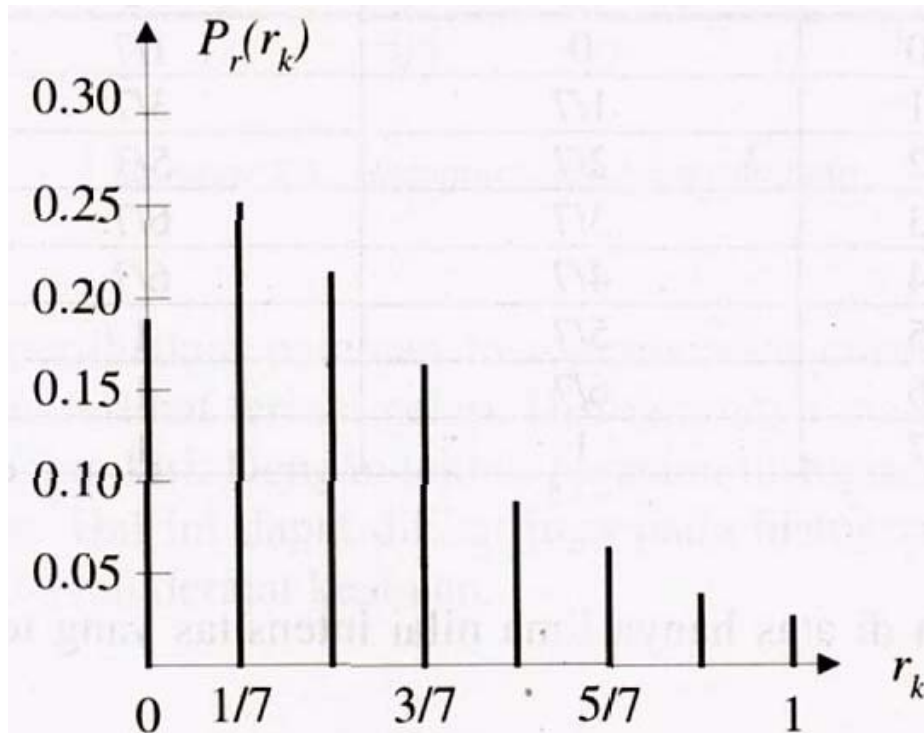
# Perataan Histogram

- Contoh, citra 64x64 dengan derajat keabuan ( $L$ ) = 8

$k$	$r_k$	$n_k$	$P_r(r_k) = n_k/n$
0	$0/7 = 0.00$	790	0.19
1	$1/7 = 0.14$	1023	0.25
2	$2/7 = 0.29$	850	0.21
3	$3/7 = 0.43$	656	0.16
4	$4/7 = 0.57$	329	0.08
5	$5/7 = 0.71$	245	0.06
6	$6/7 = 0.86$	122	0.03
7	$7/7 = 1.00$	81	0.02

# Perataan Histogram

- Contoh, Histogram sebelum dilakukan perataan histogram



# Perataan Histogram

- Contoh, Perhitungan perataan histogram

$$s_0 = T(r_0) = \sum_{j=0}^0 P_r(r_j) = P_r(r_0) = 0.19$$

$$s_1 = T(r_1) = \sum_{j=0}^1 P_r(r_j) = P_r(r_0) + P_r(r_1) = 0.19 + 0.25 = 0.44$$

$$s_2 = T(r_2) = \sum_{j=0}^2 P_r(r_j) = P_r(r_0) + P_r(r_1) + P_r(r_2) = 0.19 + 0.25 + 0.21 = 0.65$$

$$s_3 = 0.81$$

$$s_6 = 0.98$$

$$s_4 = 0.89$$

$$s_7 = 1.00$$

$$s_5 = 0.95$$

# Perataan Histogram

- Contoh, Perhitungan perataan histogram. Pembulatan ke nilai  $r$  terdekat

$s_0 = 0.19$  lebih dekat ke nilai  $1/7$  ( $= 0.14$ ), maka  $s_0 = 1/7$

$s_1 = 0.44$  lebih dekat ke nilai  $3/7$  ( $= 0.43$ ), maka  $s_1 = 3/7$

$s_2 = 0.65$  lebih dekat ke nilai  $5/7$  ( $= 0.71$ ), maka  $s_2 = 5/7$

$s_3 = 0.81$  lebih dekat ke nilai  $6/7$  ( $= 0.86$ ), maka  $s_3 = 6/7$

$s_4 = 0.89$  lebih dekat ke nilai  $6/7$  ( $= 0.86$ ), maka  $s_4 = 6/7$

$s_5 = 0.95$  lebih dekat ke nilai  $7/7$  ( $= 1.00$ ), maka  $s_5 = 7/7$

$s_6 = 0.98$  lebih dekat ke nilai  $7/7$  ( $= 1.00$ ), maka  $s_6 = 7/7$

$s_7 = 1.00$  lebih dekat ke nilai  $7/7$  ( $= 1.00$ ), maka  $s_7 = 7/7$

# Perataan Histogram

- Contoh, Perhitungan perataan histogram. Hasil transformasinya

$k$	$r_k$	$s_k$
0	0	1/7
1	1/7	3/7
2	2/7	5/7
3	3/7	6/7
4	4/7	6/7
5	5/7	1
6	6/7	1
7	1	1

- Notasinya

$$s_0 = 1/7, s_1 = 3/7, s_2 = 5/7, s_3 = 6/7, s_4 = 1$$

# Perataan Histogram

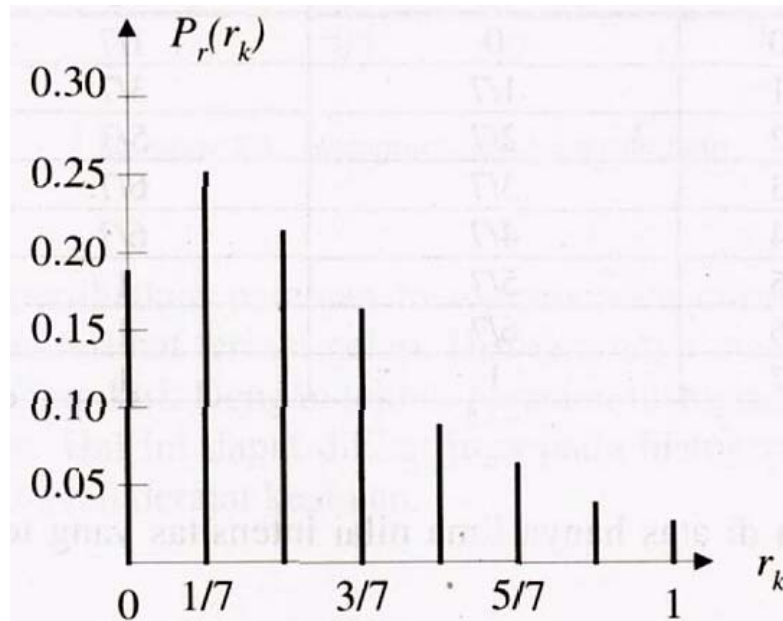
- Contoh, Perhitungan perataan histogram. Hasil rangkuman transformasinya

$s_k$	$n_k$	$P_s(s_k) = n_k/n$
1/7	790	0.19
3/7	1023	0.25
5/7	850	0.21
6/7	$656 + 329 = 958$	0.23
7/7	$245 + 122 + 81 = 448$	0.11

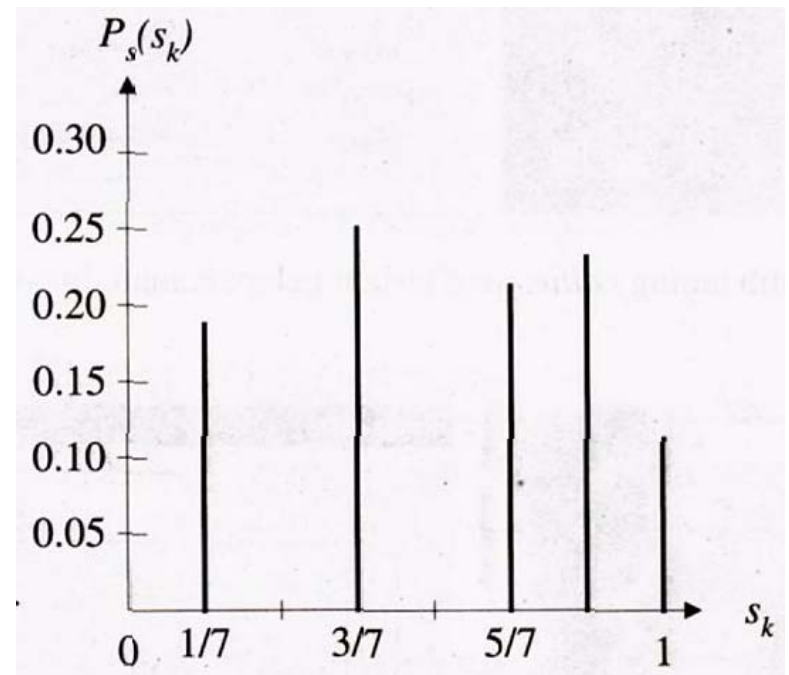
# Perataan Histogram

- Contoh, Hasil rangkuman histogramnya

Sebelum



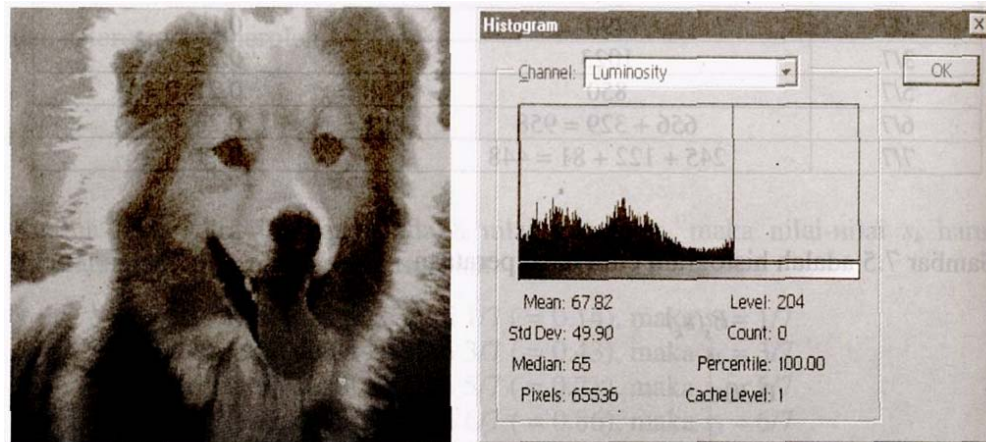
Sesudah



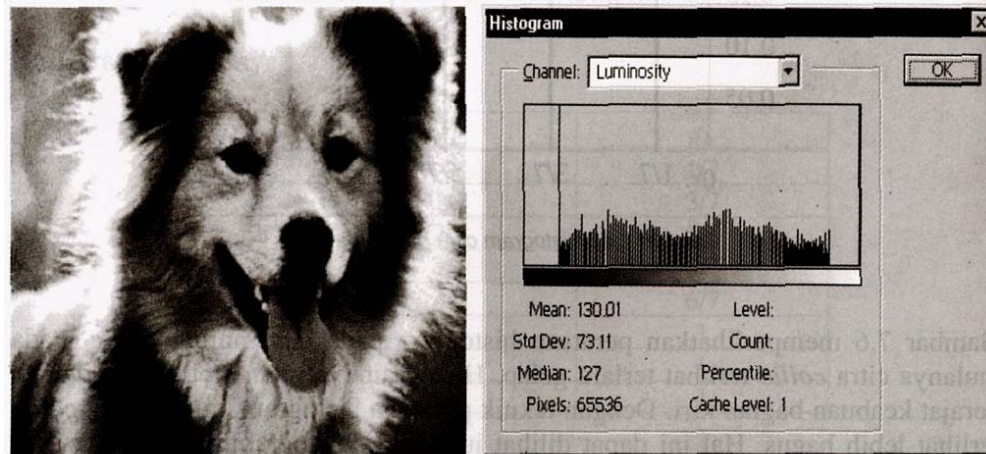


# Perataan Histogram

- Contoh



(a) Kiri: citra anjing *collie* yang terlalu gelap; Kanan: histogramnya



(b) Kiri: citra anjing *collie* setelah perataan histogram; kanan: histogramnya

# Spesifikasi Histogram

- Perataan histogram cocok untuk pembuatan histogram yang seragam
- Spesifikasi histogram ~ metode pembuatan histogram yang ditentukan nilainya oleh pengguna, bisa untuk histogram yang tidak seragam

# Spesifikasi Histogram

- Secara matematis
  - $T$  &  $G \sim$  Transformasi
  - $P_r(r) \sim$  histogram citra semula
  - $P_z(z) \sim$  histogram yang diharapkan
  - Perataan histogramnya adalah

$$s = T(r) = \int_0^r P_r(w)dw$$

- Jika histogram yang diharapkan telah dispesifikasikan, maka perataan histogramnya

$$v = G(z) = \int_0^z P_z(w)dw$$

# Spesifikasi Histogram

- Secara matematis

- Invers dari  $G$

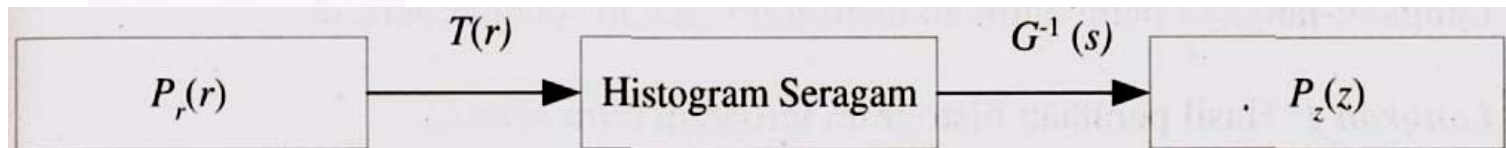
$$z = G^{-1}(v)$$

- Dengan mengganti  $v$  dengan  $s$

$$z \approx G^{-1}(s)$$

- Maka diperoleh nilai intensitas yang diharapkan
- Hasil tsb merupakan harga harap/pendekatan
- Dengan kata lain histogram nilai intensitas pada citra semula dipetakan menjadi intensitas  $z$  pada citra yang diinginkan dengan fungsi

$$z = G^{-1}[T(r)]$$



# Spesifikasi Histogram

- Contoh, citra 64x64 dengan derajat keabuan ( $L$ ) = 8

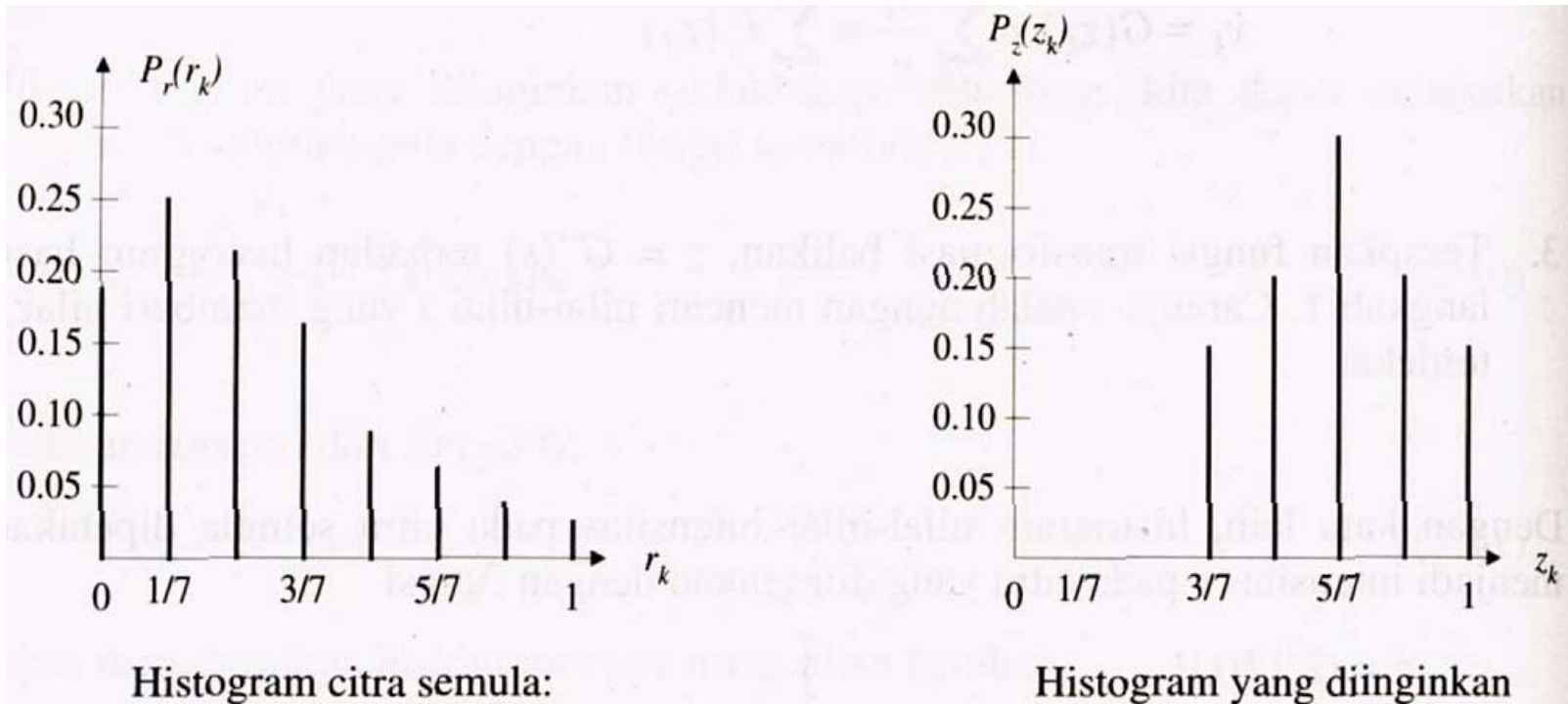
Tabel histogram citra semula

$r_k$	$n_k$	$P_r(r_k) \approx n_k/n$
$0/7 = 0.00$	790	0.19
$1/7 = 0.14$	1023	0.25
$2/7 = 0.29$	850	0.21
$3/7 = 0.43$	656	0.16
$4/7 = 0.57$	329	0.08
$5/7 = 0.71$	245	0.06
$6/7 = 0.86$	122	0.03
$7/7 = 1.00$	81	0.02

Tabel histogram yang diinginkan

$z_k$	$P_z(z_k)$
$0/7 = 0.00$	0.00
$1/7 = 0.14$	0.00
$2/7 = 0.29$	0.00
$3/7 = 0.43$	0.15
$4/7 = 0.57$	0.20
$5/7 = 0.71$	0.30
$6/7 = 0.86$	0.20
$7/7 = 1.00$	0.15

# Spesifikasi Histogram



# Spesifikasi Histogram

- Langkah-langkahnya

*Langkah 1:* Hasil perataan histogram terhadap citra semula,

$$s_k = T(r_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} = \sum_{j=0}^k P_r(r_j)$$

$r_j \rightarrow s_k$	$n_k$	$P_s(s_k) = n_k/n$
$r_0 \rightarrow s_0 = 1/7$	790	0.19
$r_1 \rightarrow s_1 = 3/7$	1023	0.25
$r_2 \rightarrow s_2 = 5/7$	850	0.21
$r_3, r_4 \rightarrow s_3 = 6/7$	$656 + 329 = 985$	0.23
$r_5, r_6, r_7 \rightarrow s_4 = 7/7$	$245 + 122 + 81 = 448$	0.11



# Spesifikasi Histogram

- Langkah-langkahnya

*Langkah 2:* Lakukan perataan terhadap histogram yang diinginkan,  $P_z(z)$ , dengan persamaan

$$v_k = G(z_k) = \sum_{j=0}^k \frac{n_j}{n} = \sum_{j=0}^k P_z(z_j)$$

$$v_0 = G(z_0) = 0.00$$

$$v_1 = G(z_1) = 0.00$$

$$v_2 = G(z_2) = 0.00$$

$$v_3 = G(z_3) = 0.15$$

$$v_4 = G(z_4) = 0.35$$

$$v_5 = G(z_5) = 0.65$$

$$v_6 = G(z_6) = 0.85$$

$$v_7 = G(z_7) = 1.00$$



# Spesifikasi Histogram

- Langkah-langkahnya

*Langkah 3:* Gunakan transformasi  $z = G^{-1}(s)$  untuk memperoleh nilai  $z$  dari nilai  $s$  hasil perataan histogram.

$s_0 = 1/7 \approx 0.14$  paling dekat dengan  $0.15 = G(z_3)$ , jadi  $G^{-1}(0.14) = z_3 = 1/7$

$s_1 = 3/7 \approx 0.43$  paling dekat dengan  $0.35 = G(z_4)$ , jadi  $G^{-1}(0.43) = z_4 = 4/7$

$s_2 = 5/7 \approx 0.71$  paling dekat dengan  $0.65 = G(z_5)$ , jadi  $G^{-1}(0.71) = z_5 = 5/7$

$s_3 = 6/7 \approx 0.86$  paling dekat dengan  $0.85 = G(z_6)$ , jadi  $G^{-1}(0.86) = z_6 = 6/7$

$s_4 = 1 \approx 1.00$  paling dekat dengan  $1.00 = G(z_7)$ , jadi  $G^{-1}(1.00) = z_7 = 1$

Diperoleh pemetaan langsung sebagai berikut:

$$r_0 = 0 \rightarrow z_3 = 3/7$$

$$r_1 = 1/7 \rightarrow z_4 = 4/7$$

$$r_2 = 2/7 \rightarrow z_5 = 5/7$$

$$r_3 = 3/7 \rightarrow z_6 = 6/7$$

$$r_4 = 4/7 \rightarrow z_6 = 6/7$$

$$r_5 = 5/7 \rightarrow z_7 = 1$$

$$r_6 = 6/7 \rightarrow z_7 = 1$$

$$r_7 = 1 \rightarrow z_7 = 1$$

# Spesifikasi Histogram

- Langkah-langkahnya

*Penyebaran pixel:*

Karena  $r_0 = 0$  dipetakan ke  $z_3 = 3/7$ , maka terdapat 790 *pixel* hasil transformasi yang memiliki nilai intensitas  $3/7$ .

Karena  $r_1 = 1/7$  dipetakan ke  $z_4 = 4/7$ , maka terdapat 1023 *pixel* hasil transformasi yang memiliki nilai intensitas  $4/7$ .

Karena  $r_2 = 2/7$  dipetakan ke  $z_5 = 5/7$ , maka terdapat 850 *pixel* hasil transformasi yang memiliki nilai intensitas  $5/7$ .

Karena  $r_3 = 3/7$  dan  $r_4 = 4/7$  dipetakan ke  $z_6 = 6/7$ , terdapat  $245 + 122 + 81 = 448$  *pixel* hasil transformasi yang memiliki nilai intensitas 1.

# Spesifikasi Histogram

- Langkah-langkahnya

Selanjutnya, tidak ada *pixel* yang mempunyai intensitas  $z_0 = 0$ ,  $z_1 = 1/7$ , dan  $z_2 = 2/7$ , karena tidak ada  $r_k$  yang dipetakan ke nilai-nilai  $z$  tersebut.

$z_k$	$n_k$	$P_z(z_k) = n_k/n$
0	0	0.00
1/7	0	0.00
2/7	0	0.00
3/7	790	0.19
4/7	1023	0.25
5/7	850	0.21
6/7	985	0.24
1	448	0.11

# Spesifikasi Histogram

- Hasil histogram yang diharapkan

