**4**

**LIMIT**

JUMLAH PERTEMUAN : 2 PERTEMUAN

TUJUAN INSTRUKSIONAL KHUSUS :

Memahami konsep dasar limit, teorema dan penggunaan limit

**Materi :**

* 1. **Pendahuluan**

Perhatikan fungsi di bawah ini:

Perhatikan gambar di samping, untuk nilai nilai tidak ada. Tetapi jika kita coba dekati nilai dari sebelah kiri dan kanan maka dapat dilihat

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0,9 | 0,99 | 0,999 | 1 | 1,001 | 1,01 | 1,1 |
|  | 1.9 | 1.99 | 1.999 | ? | 2.001 | 2.01 | 2.1 |

Perhatikan jika mendekati 1 dari kiri mendekati nilai 2 dan jika mendekati 1 dari kanan mendekati nilai 2.

Secara matematik kejadian di atas ditulis



* 1. **Definisi Limit**

Secara intuisi definisi limit:

Menyatakan bahwa limit fungsi di c adalah , artinya dekat dengan L jika dekat ke , dan .

Definisi limit secara matematis

Menyatakan:

**4.2.1 Limit Kiri dan Limit Kanan**

Jika x dekat tetapi sebelah kiri, maka mendekati

c

x

Jika x dekat tetapi sebelah kanan, maka mendekati

c

x

* 1. **Teorema Limit**

**4.3.1 Teorema A**

jika dan hanya jika dan

**Contoh:**

Perhatikan fungsi berikut:

Tentukan:

1. (jika ada)
2. (jika ada)
3. Sketsa grafik tersebut.

Jawab:

1. Akan ditentukan

Karena limit kiri = limit kanan maka

1. Akan ditentukan

Karena limit kiri limit kanan maka tidak ada



**4.3.2 Teorema limit utama**

Andaikan bilangan bulat positif, konstanta, dan dan adalah fungsi-fungsi yang memunyai limit di . Maka

1. , asalkan
2. , asalkan bilamana genap

Contoh:

Tentukan nilai dari:

Jawab:

**4.3.3 Teorema substitusi**

Jika suatu fungsi polinom atau fungsi rasional, maka

asalkan dalam kasus rasional nilai penyebut di tidak nol.

Contoh:

Tentukan nilai dari:

Jawab:

**4.3.4 Teorema Apit**

Andaikan , , dan adalah fungsi-fungsi yang memenuhi untuk semua dekat , kecuali mungkin di . Jika

Maka

Contoh:

Tentukan

Jawab:

Karena

Dan

Maka

**4.3.5 Kekontinuan di satu titik**

Fungsi dikatakan kontinu di titik , jika

1. ada
2. ada

Jika salah satu syarat tidak dipenuhi maka fungsi dapat dikatakan tidak kontinu di .

**4.3.6 Teorema limit komposit**

Jika dan jika kontinu di , maka

Khususnya, jika kontinu di dan kontinu di , maka fungsi kompisit kontinu di .

**4.3.7 Kekontinuan pada selang**

Fungsi dikatakan **kontinu pada selang terbuka** jika kontinu di setiap titik .  **kontinu pada selang tertutup** jika kontinu pada , kontinu kanan di dan kontinu kiri di .

**4.3.8 Teorema Nilai Antara**

Jika kontinu pada dan jika sebuah bilangan antara dan , maka terdapat sebuah bilangan di antara dan sedemikian sehingga .

**4.3.9 Limit tak hingga**

Jika dan maka

1. , jika dan menuju 0 dari bawah (arah nilai yang negatif)
2. , jika dan menuju 0 dari atas (arah nilai yang positif)
3. , jika dan menuju 0 dari bawah (arah nilai yang negatif)
4. , jika dan menuju 0 dari atas (arah nilai yang positif)

Contoh:

Tentukan limit:

Jawab:

Jika disubstitusi langsung akan menghasilkan , maka tidak dapat menggunakan teorema substitusi.

Maka

menuju nol dari bawah. Oleh karena itu,

**4.3.10 Limit di tak hingga**

Tentukan nilai

Jika dan adalah fungsi polinom.

Untuk menentukan nilai limit di atas perhatikan pangkat tertinggi fungsi dan :

1. Jika pangkat pembilang (fungsi ) lebih besar dibanding pangkat penyebut (fungsi ) maka nilainya .

Contoh: Tentukan nilai

Jawab:

1. Jika pangkat pembilang (fungsi ) lebih kecil dibanding pangkat penyebut (fungsi ) maka nilainya 0.

Contoh: Tentukan nilai

Jawab:

1. Jika pangkat pembilang (fungsi ) sama dengan pangkat penyebut (fungsi ) maka nilainya begantung dengan koefisien suku pangkat tertinggi.

Contoh: Tentukan nilai

Jawab:

**Latihan**

1. Cari limit yang ditunjukkan
2. c.
3. d.
4. Carilah limit yang ditunjukkan atau nyatakan jika tidak ada.
5. b.
6. Nyatakan apakah fungsi yang ditunjukkan kontinu atau tidak di 2: jika takkontinu jelaskan sebabnya
7. c.
8. Tentukan nilai dan sehingga fungsi berikut kontinu dimana-mana dan kemudian gambarkan grafik fungsi tersebut: