

1.5.5 Perkalian matrik dan vektor-kolom

Operasi perkalian antara matrik dan vektor-kolom sebenarnya sama saja dengan perkalian antaradua matrik. Hanya saja ukuran vektor-kolom boleh dibilang spesial yaitu $m \times 1$, dimana m merupakan jumlah baris sementara jumlah kolomnya hanya satu. Misalnya matrik **A**, pada contoh 1, dikalikan dengan vektor-kolom **x** yang berukuran 3×1 atau disingkat dengan mengatakan vektor-kolom **x** berukuran 3, lalu hasilnya (misalnya) dinamakan vektor-kolom **y**

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= \mathbf{Ax} \\ \mathbf{y} &= \begin{bmatrix} 3 & 8 & 5 \\ 6 & 4 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 3.2 + 8.3 + 5.4 \\ 6.2 + 4.3 + 7.4 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 50 \\ 52 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Sekali lagi, tanpa mempedulikan nilai elemen-elemen masing-masing, operasi perkalian antara matrik **A** dan vektor-kolom **x**, bisa juga dinyatakan dalam indeksnya masing-masing, yaitu

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 + a_{13}.x_3 \\ a_{21}.x_1 + a_{22}.x_2 + a_{23}.x_3 \end{bmatrix}$$

Bila dijabarkan, maka elemen-elemen vektor-kolom **y** adalah

$$\begin{aligned} y_1 &= a_{11}.x_1 + a_{12}.x_2 + a_{13}.x_3 \\ y_2 &= a_{21}.x_1 + a_{22}.x_2 + a_{23}.x_3 \end{aligned}$$

kemudian secara sederhana dapat diwakili oleh rumus berikut

$$y_i = \sum_{j=1}^3 a_{ij}x_j$$

dimana $i=1,2$.

Berdasarkan contoh tersebut, secara umum bila ada matrik **A** berukuran $n \times m$ yang dikalikandengan vektor-kolom **x** berukuran m , maka akan didapatkan vektor-kolom **y** berukuran $n \times 1$ dimana elemen-elemen vektor-kolom **y** memenuhi

$$y_i = \sum_{j=1}^m a_{ij}x_j \quad (1.16)$$

dengan $i=1,2,\dots,n$.

1.5.6 Komputasi perkalian matrik dan vektor-kolom

Mari kita mulai lagi dari *source code* paling dasar dari operasi perkalian antara matrik dan vektor-kolom sesuai dengan contoh di atas

```

clear all
clc

A = [3 8 5; 6 4 7]; % inisialisasi matrik A
x = [2; 3; 4]; % inisialisasi vektor x

% ---proses perkalian matrik dan vektor---
y(1,1)=A(1,1)*x(1,1)+A(1,2)*x(2,1)+A(1,3)*x(3,1);
y(2,1)=A(2,1)*x(1,1)+A(2,2)*x(2,1)+A(2,3)*x(3,1);

% ---menampilkan matrik A, B dan E---
A
x
y

```

Sejenak, mari kita amati dengan cermat statemen dari baris ke-8 dan ke-9 sambil dikaitkandengan bentuk umum penulisan indeks pada perkalian antara matrik dan vektor-kolom yaitu

$$y_{i1} = a_{ij}.x_{j1} + a_{ij}.x_{j1} + a_{ij}.x_{j1} \quad (1.17)$$

Dari sana ada 3 *point* yang perlu dicatat:

- elemen y memiliki indeks i dan elemen x memiliki indeks j yang berpasangan dengan angka 1.
- pada baris statemen ke-8 dan ke-9 ada tiga kali operasi perkalian dan dua kali operasi penjumlahan yang semuanya melibatkan indeks i dan indeks j. Namun indeks j selalu berubah pada masing-masing perkalian. Jadi indeks j lebih cepat berubah dibanding indeks i.
- elemen a memiliki indeks i dan indeks j dimana indeks j lebih cepat berubah dibanding indeks i.

Kita mulai dengan memecah operasi pada statemen baris ke-8 yang bertujuan menghitung nilai y(1, 1)

```

clear all
clc

A = [3 8 5; 6 4 7]; % inisialisasi matrik A
x = [2; 3; 4]; % inisialisasi vektor x

% ---proses perkalian matrik dan vektor---
y(1,1)=A(1,1)*x(1,1);
y(1,1)=y(1,1)+A(1,2)*x(2,1);
y(1,1)=y(1,1)+A(1,3)*x(3,1);

y(2,1)=A(2,1)*x(1,1)+A(2,2)*x(2,1)+A(2,3)*x(3,1);

% ---menampilkan matrik A, B dan E---
A
x
y

```

Agar baris ke-8 memiliki pola yang sama dengan baris ke-9 dan ke-10, upaya yang dilakukan adalah

```

clear all
clc

A = [3 8 5; 6 4 7]; % inisialisasi matrik A
x = [2; 3; 4]; % inisialisasi vektor x

% ---proses perkalian matrik dan vektor----
y(1,1)=0;
y(1,1)=y(1,1)+A(1,1)*x(1,1);
y(1,1)=y(1,1)+A(1,2)*x(2,1);
y(1,1)=y(1,1)+A(1,3)*x(3,1);

y(2,1)=A(2,1)*x(1,1)+A(2,2)*x(2,1)+A(2,3)*x(3,1);

% ---menampilkan matrik A, B dan E----
A
x
y

```

Dari sini kita bisa munculkan indeks j

```

clear all
clc

A = [3 8 5; 6 4 7]; % inisialisasi matrik A
x = [2; 3; 4]; % inisialisasi vektor x

% ---proses perkalian matrik dan vektor----
y(1,1)=0;
for j=1:3
    y(1,1)=y(1,1)+A(1,j)*x(j,1);
end

y(2,1)=A(2,1)*x(1,1)+A(2,2)*x(2,1)+A(2,3)*x(3,1);

% ---menampilkan matrik A, B dan E----
A
x
y

```

Dengan cara yang sama, baris ke-13 dimodifikasi menjadi

```

clear all
clc

A = [3 8 5; 6 4 7]; % inisialisasi matrik A
x = [2; 3; 4]; % inisialisasi vektor x

% ---proses perkalian matrik dan vektor----
y(1,1)=0;
for j=1:3
    y(1,1)=y(1,1)+A(1,j)*x(j,1);
end

```

```

y(2,1)=0;
for j=1:3
    y(2,1)=y(2,1)+A(2,j)*x(j,1);
end

% ---menampilkan matrik A, B dan E----
A
x
y

```

Inisialisasi vektor **y** dengan angka nol dapat dilakukan diawal proses perkalian, sekaligus memunculkan indeks **i**

```

clear all
clc

A = [3 8 5; 6 4 7]; % inisialisasi matrik A
x = [2; 3; 4]; % inisialisasi vektor x

% ---proses perkalian matrik dan vektor----
for i=1:2
    y(i,1)=0;
end

for j=1:3
    y(1,1)=y(1,1)+A(1,j)*x(j,1);
end

for j=1:3
    y(2,1)=y(2,1)+A(2,j)*x(j,1);
end

% ---menampilkan matrik A, B dan E----
A
x
y

```

Kemudian, untuk menyamakan pola statemen baris ke-13 dan ke-17, indeks **i** kembali dimunculkan

```

clear all
clc

A = [3 8 5; 6 4 7]; % inisialisasi matrik A
x = [2; 3; 4]; % inisialisasi vektor x

% ---proses perkalian matrik dan vektor----
for i=1:2
    y(i,1)=0;
end

```

```

i=1;
for j=1:3
    y(i,1)=y(i,1)+A(i,j)*x(j,1);
end

i=2;
for j=1:3
    y(i,1)=y(i,1)+A(i,j)*x(j,1);
end

% ---menampilkan matrik A, B dan E----
A
x
y

```

Akhir dari proses optimasi adalah sebagai berikut

```

clear all
clc

A = [3 8 5; 6 4 7]; % inisialisasi matrik A
x = [2; 3; 4]; % inisialisasi vektor x

% ---proses perkalian matrik dan vektor----
dim=size(A);
n=dim(1);
m=dim(2);

for i=1:2
    y(i,1)=0;
    for j=1:3
        y(i,1)=y(i,1)+A(i,j)*x(j,1);
    end
end

% ---menampilkan matrik A, x dan y----
A
x
y

```

1.6 Penutup

Demikianlah catatan singkat dan sederhana mengenai jenis-jenis matrik dasar dan operasi penjumlahan dan perkalian yang seringkali dijumpai dalam pengolahan data secara numerik. Semuanya akan dijadikan acuan atau referensi pada pembahasan topik-topik numerik yang akan datang.

1.7 TUGAS 5

Diketahui matrik **A**, matrik **B**, dan vektor **x** sebagai berikut

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & -6 & -2 \\ 5 & 9 & 7 & 5.6 \\ 2 & 4 & 8 & -1 \\ 2.3 & 1.4 & 0.8 & -2.3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 8 & 1 & 4 & 21 \\ 3 & 10 & 5 & 0.1 \\ 7 & -2 & 9 & -5 \\ 2.7 & -12 & -8.9 & 5.7 \end{bmatrix} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0.4178 \\ -2.9587 \\ 56.3069 \\ 8.1 \end{bmatrix}$$

1. Buatlah script untuk menyelesaikan penjumlahan matrik **A** dan matrik **B**.
2. Buatlah script untuk menyelesaikan perkalian matrik **A** dan matrik **B**.
3. Buatlah script untuk menyelesaikan perkalian matrik **A** dan vektor **x**.
4. Buatlah script untuk menyelesaikan perkalian matrik **B** dan vektor **x**.