

MODUL AJAR: MEKANIKA I

SEMESTER GENAP 2019/2020

Pertemuan ke-5 ;16/4/2020 (kuliah pengganti)

syarat-syarat keseimbangan

2.2. JUDUL : GAYA DALAM

Tujuan Pembelajaran Umum

Setelah membaca bagian ini mahasiswa bisa mengetahui apa yang disebut dengan gaya dalam dan bisa mengetahui bagaimana cara mencarinya.

Tujuan Pembelajaran Khusus

Mahasiswa dapat menggunakan teori yang telah diberikan untuk menghitung gaya dalam suatu struktur serta bisa menggambarkan gaya-gaya dalam tersebut secara rinci pada struktur statis tertentu.

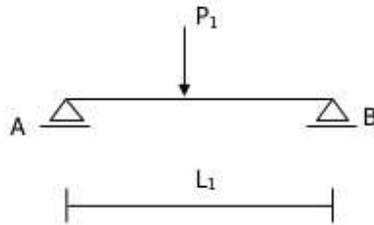
2.2.1. Pendahuluan

Bangunan teknik sipil pada umumnya terbuat dari struktur beton, kayu, baja dan lain-lain. Dalam pembuatan struktur-struktur tersebut perlu diketahui ukuran atau yang lazim disebut dengan dimensi dari tiap-tiap elemen

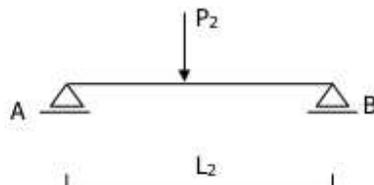
strukturnya (balok, kolom, pelat, dan sebagainya). Untuk menentukan dimensi-dimensi dari elemen struktur tersebut, memerlukan gaya dalam.

Contoh :

a).



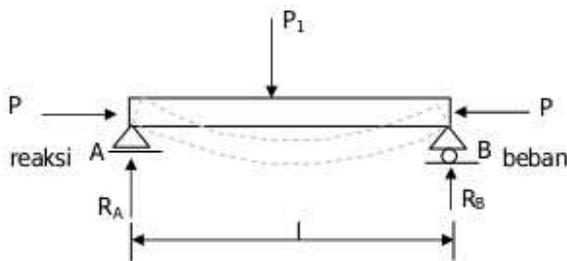
Gambar 2.5. Contoh (a)



Ada 2 (dua) orang yang mempunyai bentuk tubuh yang berbeda, satu kecil, pendek (A), yang satu lagi besar, tinggi (B). Jika kedua-duanya membawa barang beban $P = 5$ kg, maka kedua tangan orang A dan B tersebut tertegang.

Untuk A orangnya pendek, kecil dalam membawa beban P tersebut urat-urat yang ada pada tangannya tertegang dan menonjol keluar sehingga kita bisa melihat alur urat-uratnya. Namun hal ini tidak terjadi pada B karena orangnya besar, tinggi. Yang menjadikan urat-urat tangan orang (A) tersebut menonjol sehingga tampak dari luar adalah karena adanya gaya dalam pada tangan tersebut akibat beban $P = 5$ kg. Kalau beban P tersebut dinaikkan secara bertahap, sampai suatu saat tangan A tidak mampu membawa beban tersebut, demikian juga untuk orang B. Beban maksimum yang dipikul oleh orang A akan lebih kecil dari pada beban maksimum yang bisa dipikul oleh orang B karena diameter lengan orang A lebih kecil dari diameter lengan orang B.

2.2.3. Macam-macam Gaya dalam

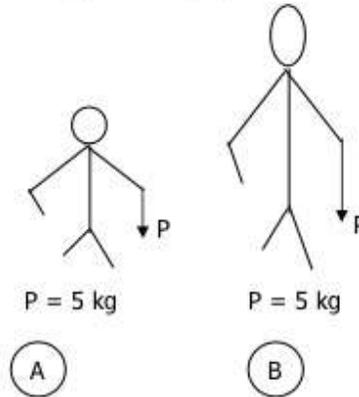


Gambar 2.8. Balok diatas 2 perletakan dan menerima beban P (sehingga melendut)

- o Dua buah struktur seperti pada gambar (a) dan (b) dengan beban (P) dan bentang (l) berbeda.
- o Gaya dalam yang diterima pada struktur (a) berbeda pula dengan gaya dalam yang diterima oleh struktur (b), maka dimensi dari struktur (a) akan berbeda pula dengan struktur (b).

Gambar 2.6. Contoh (b)

2.2.2. Pengertian tentang Gaya Dalam



Gambar 2.7. Orang membawa

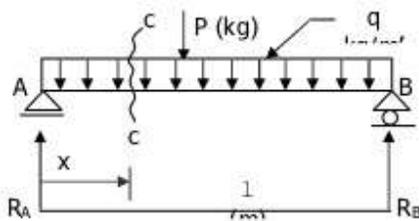
Suatu balok terletak pada 2 perletakan dengan beban seperti pada gambar, maka balok tersebut akan menderita beberapa gaya dalam yaitu :

- Balok menderita beban lentur yang menyebabkan balok tersebut berubah bentuk melendut. Gaya dalam yang menyebabkan pelenturan balok tersebut disebut momen yang

- o Balok tersebut menderita gaya tekan karena adanya beban P dari kiri dan kanan. Balok yang menerima gaya yang searah dengan sumbu batang, maka akan menerima beban gaya dalam yang disebut Normal yang diberi notasi N.
- o Balok tersebut menderita gaya lintang, akibat adanya reaksi perletakan atau gaya-gaya yang tegak lurus (\perp) sumbu batang, balok tersebut menerima gaya dalam yang disebut gaya lintang dan diberi notasi D.

2.2.4. Gaya Dalam Momen

a). Pengertian Momen (M)



Suatu balok yang terletak diatas 2 tumpuan dengan beban seperti pada gambar, ada beban terbagi rata q (kg/m²) dan beban terpusat P (kg). Balok tersebut akan menerima beban lentur sehingga balok akan melendut, yang berarti balok tersebut menerima beban lentur atau momen. (atau menerima gaya dalam momen)

Gambar 2.9. Balok yang menerima beban terpusat dan terbagi rata

Definisi

Momen adalah perkalian antara gaya x jarak.

Balok yang terletak antara tumpuan A dan B menderita (menerima) momen.

Momen untuk daerah balok antara perletakan A ke perletakan B dengan variable x bisa ditulis sebagai berikut :

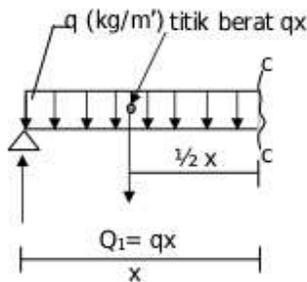
$$(1) \quad M_x = \underbrace{R_A}_{1)} \cdot \underbrace{x}_{\text{jarak}} - \underbrace{q \cdot x}_{\text{gaya}} \cdot \underbrace{\frac{1}{2} x}_{\text{jarak}} \quad (\text{dihitung dari kiri ke potongan c-c)(pers.}$$

gaya jarak gaya jarak

Misal kita ambil potongan c-c yang terletak sejauh x dari A

I { R_A (reaksi di A) merupakan
 x = adalah jarak dari R_A ke potongan c-c

IK { qx = merupakan gaya dari beban terbagi rata
 sejauh x yang diberi notasi ($Q_1 = qx$)
 $\frac{1}{2} x$ = adalah jarak dari titik berat beban
 terbagi rata sepanjang x ke potongan



Gambar 2.10. Gambar potongan struktur bagian

Kalau dihitung dari sebelah kanan ke (c-c)

$$M_x = \overbrace{R_B (1-x)}^{\text{I}} - \overbrace{q (1-x) \cdot \frac{1}{2} (1-x)}^{\text{II}} \quad (\text{dihitung dari kanan}) \dots\dots\dots$$

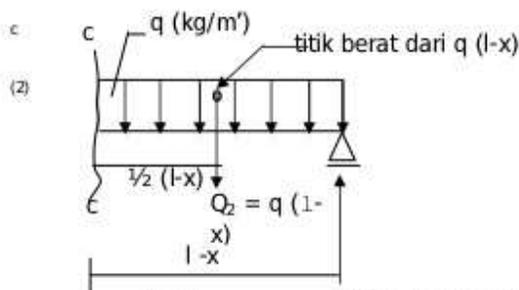
(pers. 2)

Kalau diambil di potongan c-c

I { R_B (reaksi di B) merupakan
 $(1-x)$ = jarak dari R_B ke potongan c-c

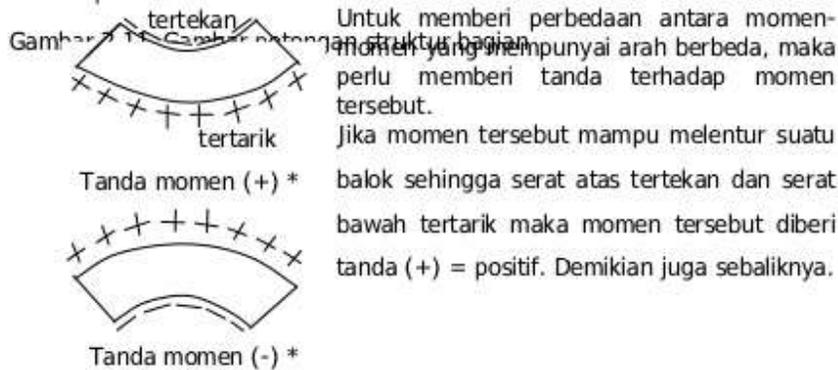
{ $Q (1-x)$ = merupakan gaya dari beban terbagi rata
 sejauh $(1-x)$ \square $q (1-x) = Q_2$
 $\frac{1}{2} (1-x)$ = adalah jarak dari titik berat beban terbagi
 rata sepanjang $(1-x)$ ke potongan c-c

II



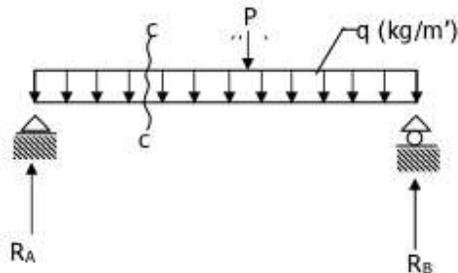
Kalau menghitung besarnya momen di c- boleh dari kiri potongan seperti pada persamaan (1) ataupun menghitung dari kanan potongan seperti pada persamaan dan hasilnya pasti sama.

- Tanda Gaya Dalam Momen



Gambar 2.12. Tanda momen

2.2.5. Gaya Lintang (D)



Gambar 2.13. Gambar balok menerima beban

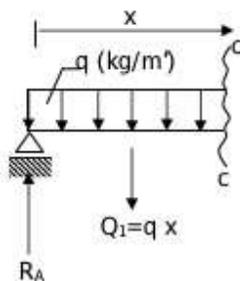
Kalau dilihat, balok yang terletak diatas 2 (dua) perletakan A dan B, menerima gaya-gaya yang arahnya \perp (tegak lurus) terhadap sumbu balok. Gaya-gaya tersebut adalah R_A ; q dan R_B □ gaya-gaya tersebut yang memberi gaya lintang terhadap

Definisi : Gaya lintang adalah gaya-gaya yang \perp dengan sumbu batang.

Kalau kita ambil salah satu potongan antara perletakan A-B yaitu c-c, maka coba gaya-gaya apa saja yang arahnya \perp (tegak lurus) terhadap sumbu AB.

- kalau dilihat dari C ke kiri potongan, maka

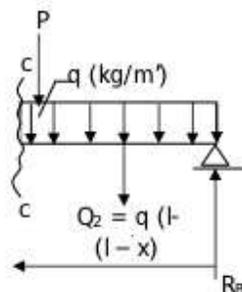
(1) $\square D_c = R_A - q \cdot x = R_A - Q_1$ (gaya lintang di c yang dihitung dari kiri potongan)



Gambar 2.14. Potongan balok bagian kiri

- Kalau dihitung dari titik c ke kanan potongan, maka

(2) $\square D_1 = R_B - q \cdot (l-x) - P$
 $= R_B - Q_2 - P$ (gaya lintang di c yang dihitung dari kanan potongan)

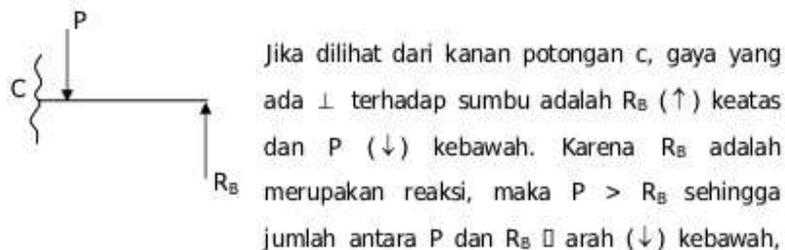
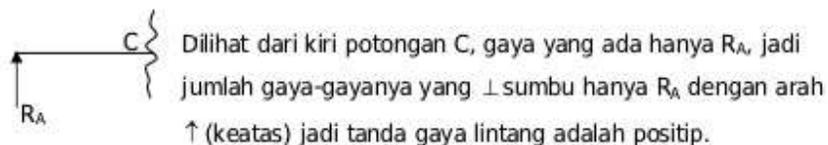


Gambar 2.15. Potongan balok bagian kanan

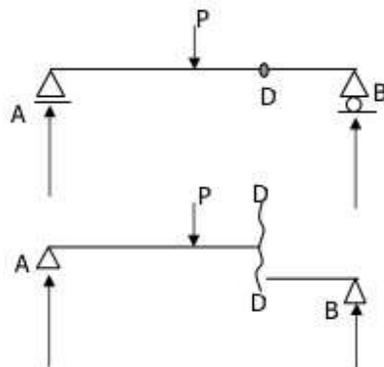


Gambar 2.16. Skema gaya lintang dengan tanda positif (+)

Coba dilihat pada Gambar 1 dari kalau kita mau menghitung besarnya gaya lintang di c (Dc).



*

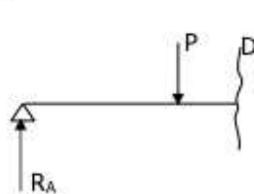


Gambar 2.17. Skema gaya lintang dengan tanda negatif (-)

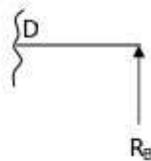
Definisi :

- * Gaya lintang diberi tanda negatif, jika dilihat di kiri titik potongan yang ditinjau arahnya kebawah (\downarrow) dan bila ditinjau di kanan titik potongan yang ditinjau arahnya ke atas.

Coba dilihat pada Gambar 2.17 bagaimana kalau kita mau menghitung besarnya gaya



lintang di D (D_D).

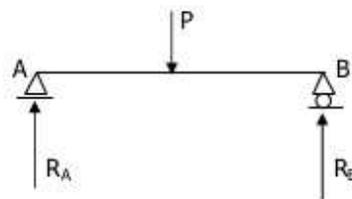


Dilihat dari kiri potongan D, gaya-gaya yang \perp sumbu hanya R_A dan P, karena R_A adalah reaksi. Jadi $R_A < P$, maka resultante gaya-gaya antara R_A dan P arahnya adalah kebawah (\downarrow), maka gaya lintangnya tandanya negatif.

Jika dilihat di sebelah kanan potongan gaya-gaya yang \perp sumbu hanya R_B dengan arah ke atas (\uparrow). Jadi gaya lintangnya tandanya adalah

Jadi untuk menghitung gaya lintang, baik dihitung dari kiri ataupun kanan hasilnya harus sama.

2.2.6. Pengertian Tentang Gaya Normal (N)



Gambar 2.18. Balok tanpa beban

Definisi :

Gaya normal adalah gaya-gaya yang arahnya sejajar (//) terhadap sumbu beban balok.

* Jadi kalau kita lihat balok yang seperti pada Gambar 2.18 yang mana tidak ada gaya-gaya yang sejajar sumbu batang, berarti balok tersebut tidak mempunyai gaya normal (N)



Gambar 2.19. Balok menerima beban gaya normal

Kalau dilihat pada Gambar 3.19 dimana ada gaya-gaya yang // (sejajar) sumbu batang yaitu P, maka pada batang AB (Gambar 3.19) menerima gaya normal (N)

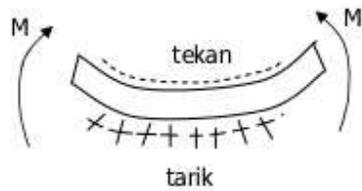
* Tanda Gaya Normal

- Jika gaya yang ada arahnya menekan balok, maka tanda gaya normalnya

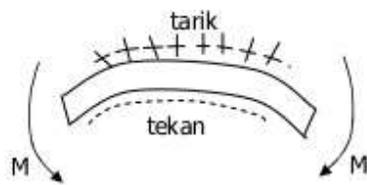
adalah negatif (-) $\left\{ \begin{array}{c} \xrightarrow{P} \\ \xleftarrow{P} \end{array} \right\}$.

- Jika gaya yang ada arahnya menarik balok, maka tanda gaya normalnya adalah positif (+) $\left\{ \leftarrow \overset{P}{\rule{1cm}{0.4pt}} \quad \overset{P}{\rule{1cm}{0.4pt}} \rightarrow \right\}$.

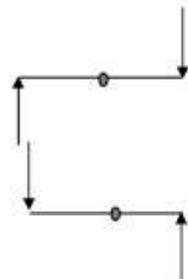
2.2.7. Ringkasan Tanda Gaya Dalam



tanda momen positif (+)



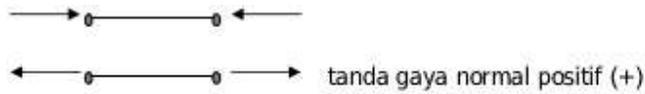
tanda momen negatif (-)



tanda gaya lintang positif (+)

tanda gaya lintang negatif (-)

tanda gaya normal negatif (-)



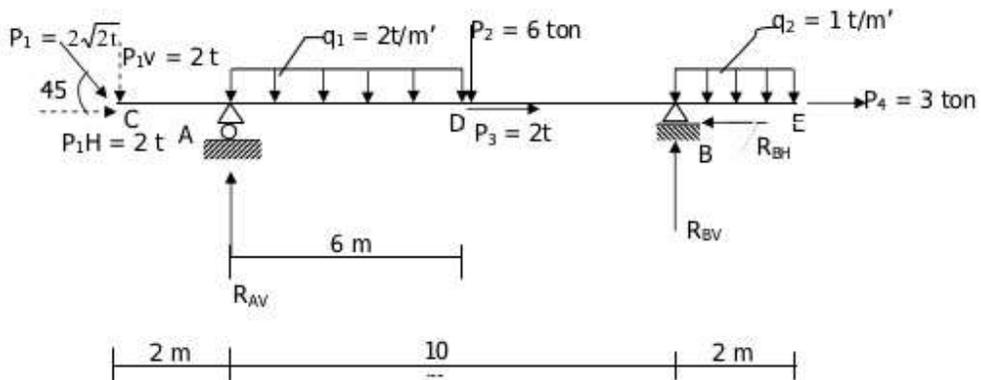
Gambar 2.20. Ringkasan tanda gaya dalam

2.2.8. Contoh : Penyelesaian Soal 1

Sebuah balok statis tertentu diatas 2 perletakan dengan beban seperti pada gambar,

$$P_1 = 2\sqrt{2}t \ (\swarrow), P_2 = 6t \ (\downarrow), P_3 = 2t \ (\rightarrow)$$

$$P_4 = 3t; q_1 = 2 \text{ t/m}'; q_2 = 1 \text{ t/m}'$$



Mencari Raksi Horizontal

Karena perletakan A = rol \square tidak ada R_{AH} .

Perletakan B = sendi \square ada R_{BH} .

Untuk mencari R_{BH} dengan memakai syarat keseimbangan ($\Sigma H = 0$)

$$\Sigma H = 0$$

$$R_{BH} = P_1H + P_3 + P_4$$

$$= 2 + 2 + 3 = 7 \text{ ton } (\leftarrow)$$

Menghitung dan Menggambar Gaya Lintang (D)

Dihitung secara bertahap

Daerah C \square A \square lihat dari kiri

Gaya lintang dari C ke A bagian kiri adalah konstan

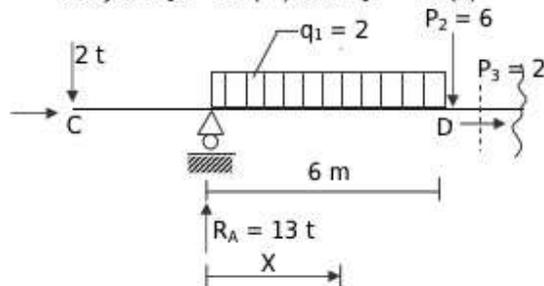
$D_{A \text{ kr}} = P_{1v} = -2 \text{ ton}$ (gaya lintang (D) di kiri titik A, di kiri potongan arah gaya lintang kebawah (\downarrow))

$D_{A \text{ kn}}$ (gaya lintang (D) di kanan titik A)

$D_{A \text{ kn}} = -P_{1v} + R_{Av} = -2 + 13 = 11 \text{ ton}$ (di kiri potongan arah gaya lintang ke atas).



Beban $P_1 = 2\sqrt{2}$ (45°) bisa diuraikan menjadi $P_{1v} = 2t$ (\downarrow) dan $P_{1h} = 2t$ (\square)



Variabel x berjalan dari A ke D (sebelah kiri titik P_2), sedang beban yang dihitung dimulai dari titik C.

$$D_x = -2 + 13 - q_1 x = (-P_{1V} + R_A - q_1 x)$$

Persamaan (Linier)

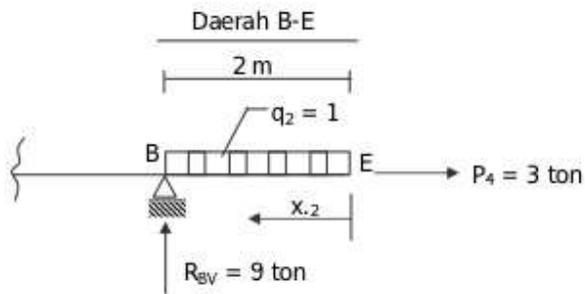
Untuk $x = 0$ $\xrightarrow{\text{didapat}}$ $D_{Akn} = -2 + 13 = + 11 \text{ ton}$

Untuk $x = 6 \text{ m}$ $\xrightarrow{\text{didapat}}$ $D_{Dkr} = -2 + 13 - 12 = -1 \text{ ton}$ (di kiri potongan arah gaya lintang ke bawah)

$D_D \text{ kn}$: sedikit di kanan titik D, melampaui beban P_2 .

$D_D \text{ kn}$: $-2 + 13 - 12 - 6 = -7 \text{ ton}$ (dikiri potongan arah gaya lintang ke bawah)

Dari titik D s/d B tidak ada beban, jadi Bidang D sama senilai $D_D \text{ kn}$ (konstan dari D sampai B).



Lebih mudah kalau dihitung dari kanan dari E menuju B. Variabel x_2 berjalan dari E ke B.

$$D_E = 0$$

$$D_{x_2} = q_2 \cdot x_2 = + x_2 \text{ (persamaan linier)}$$

Variabel x berjalan dari A ke D (sebelah kiri titik P_2), sedang beban yang dihitung dimulai dari titik C.

$$D_x = -2 + 13 - q_1 x = (-P_{1V} + R_A - q_1 x)$$

Persamaan (Linier)

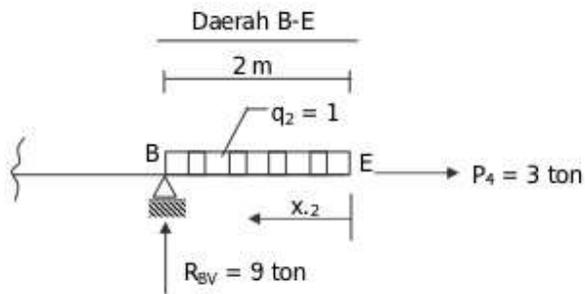
Untuk $x = 0$ $\xrightarrow{\text{didapat}}$ $D_{Ak} = -2 + 13 = + 11 \text{ ton}$

Untuk $x = 6 \text{ m}$ $\xrightarrow{\text{didapat}}$ $D_{Dkr} = -2 + 13 - 12 = -1 \text{ ton}$ (di kiri potongan arah gaya lintang ke bawah)

D_D kn : sedikit di kanan titik D, melampaui beban P_2 .

D_D kn : $-2 + 13 - 12 - 6 = -7 \text{ ton}$ (dikiri potongan arah gaya lintang ke bawah)

Dari titik D s/d B tidak ada beban, jadi Bidang D sama senilai D_D kn (konstan dari D sampai B).



Lebih mudah kalau dihitung dari kanan dari E menuju B. Variabel x_2 berjalan dari E ke B.

$D_E = 0$

$D_{x_2} = q_2 \cdot x_2 = + x_2$ (persamaan linier)

Gambar 2.21. Balok diatas 2 perletakan dan pembebanannya

Diminta : Gambar bidang momen, gaya lintang dan bidang normal.
(Bidang M, N, dan D)

Jawab : Mencari reaksi vertical

Dimisalkan arah reaksi vertical di A $\square R_A$ (\uparrow) keatas dan arah reaksi vertical di B $\square R_B$ (\uparrow) juga keatas.

Mencari R_{AV} \square dengan $\Sigma M_B = 0$ (jumlah momen-momen terhadap titik B = 0)

$$R_{AV} \cdot 10 - P_{1V} \cdot 12 - q_1 \cdot 6 \cdot 7 - P_2 \cdot 4 + 2 \cdot q_2 \cdot 1 = 0$$

$$R_{AV} = \frac{2 \cdot 12 + 2 \cdot 6 \cdot 7 + 6 \cdot 4 - 2 \cdot 1 \cdot 1}{10} = 13 \text{ ton } (\uparrow) \text{ Karena tanda } \ominus \text{ berarti arah sama dengan permisalan } (+)$$

Pemberian tanda pada persamaan berdasarkan atas arah momen, yang searah diberi tanda sama, sedang yang berlawanan arah diberi tanda berlawanan.

$R_{BV} \square \Sigma M_A = 0$

$$R_{BV} \cdot 10 - q_2 \cdot q_1 - P_2 \cdot 6 - q_1 \cdot 6 \cdot 3 + P_{1V} \cdot 2 = 0$$

$$R_{BV} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 1 + 6 \cdot 6 + 2 \cdot 6 \cdot 3 - 2 \cdot 2}{10} = 9 \text{ ton } (\uparrow)$$

Karena tanda R_{BV} adalah positif berarti arah reaksi R_{BV} sama dengan permisalan yaitu (\uparrow) keatas.

Untuk mengetahui apakah reaksi di A (R_A) dan reaksi di B (R_B) adalah benar, maka perlu memakai kontrol yaitu $\Sigma V = 0$

$$(P_{1V} + q_1 \cdot 6 + P_2 + q_2 \cdot 2) - (R_{AV} + R_{BV}) = 0$$

$$\underbrace{(2 + 2 \cdot 6 + 6 + 1 \cdot 2)}_{\text{Beban vertikal}} - \underbrace{(13 + 9)}_{\text{Reaksi vertikal}} = 0$$

Beban vertikal Reaksi vertikal

Mencari Raksi Horizontal

Karena perletakan A = rol \square tidak ada R_{AH} .

Perletakan B = sendi \square ada R_{BH} .

Untuk mencari R_{BH} dengan memakai syarat keseimbangan ($\Sigma H = 0$)

$$\Sigma H = 0$$

$$R_{BH} = P_1H + P_3 + P_4$$

$$= 2 + 2 + 3 = 7 \text{ ton } (\leftarrow)$$

Menghitung dan Menggambar Gaya Lintang (D)

Dihitung secara bertahap

Daerah C \square A \square lihat dari kiri

Gaya lintang dari C ke A bagian kiri adalah konstan

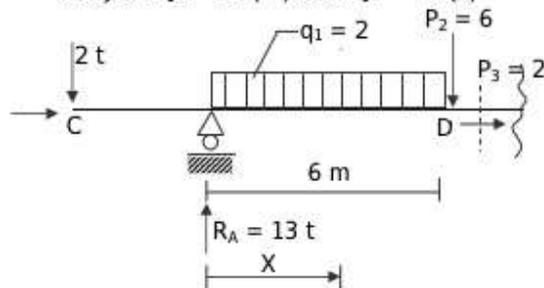
$D_{A \text{ kr}} = P_{1v} = -2 \text{ ton}$ (gaya lintang (D) di kiri titik A, di kiri potongan arah gaya lintang kebawah (\downarrow))

$D_{A \text{ kn}}$ (gaya lintang (D) di kanan titik A)

$D_{A \text{ kn}} = -P_{1v} + R_{Av} = -2 + 13 = 11 \text{ ton}$ (di kiri potongan arah gaya lintang ke atas).



Beban $P_1 = 2\sqrt{2}$ (45°) bisa diuraikan menjadi $P_{1v} = 2t$ (\downarrow) dan $P_{1H} = 2t$ (\square)



Variabel x berjalan dari A ke D (sebelah kiri titik P_2), sedang beban yang dihitung dimulai dari titik C.

$$D_x = -2 + 13 - q_1 x = (-P_{1V} + R_A - q_1 x)$$

Persamaan (Linier)

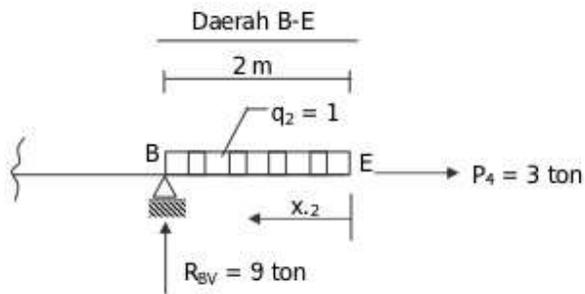
Untuk $x = 0$ $\xrightarrow{\text{didapat}}$ $D_{Ak} = -2 + 13 = + 11 \text{ ton}$

Untuk $x = 6 \text{ m}$ $\xrightarrow{\text{didapat}}$ $D_{Dkr} = -2 + 13 - 12 = -1 \text{ ton}$ (di kiri potongan arah gaya lintang ke bawah)

D_D kn : sedikit di kanan titik D, melampaui beban P_2 .

D_D kn : $-2 + 13 - 12 - 6 = -7 \text{ ton}$ (dikiri potongan arah gaya lintang ke bawah)

Dari titik D s/d B tidak ada beban, jadi Bidang D sama senilai D_D kn (konstan dari D sampai B).



Lebih mudah kalau dihitung dari kanan dari E menuju B. Variabel x_2 berjalan dari E ke B.

$$D_E = 0$$

$$D_{x_2} = q_2 \cdot x_2 = + x_2 \text{ (persamaan linier)}$$

D_B kn kanan perletakan B ($x_2 = 2$ m) $\square D_B$ kn = + 2 ton (kanan potongan arah ke

kebawah)

D_B kr (kiri titik B) $\square D_B$ kr = + 2 - 9 = - 7 ton (kanan potongan arah ke atas)
Melewati perletakan B

MENGHITUNG DAN MENGGAMBAR BIDANG NORMAL (N)

Daerah C- \square dihitung dari kiri sampai D, P_2 tidak termasuk dari C ke D nilai gaya normal konstan.

N_D kr = - P_1H = - 2 ton (gaya normal menekan batang)

Daerah D- \square dihitung dari kiri (beban yang dihitung mulai dari titik C, batang dari D ke B nilai gaya normal konstan).

N_D kn = (-2 - 2) ton = - 4 ton (gaya normal menekan batang)

N_B kr = N_D kn = - 4 ton

Daerah B- \square dihitung dari kanan, dari E ke B nilai gaya normal konstan.

N_B kn = + 3 ton (gaya normal menarik batang)

Kalau dihitung dari kiri, dimana gaya normal dihitung dari titik C.

Dari kiri $\square D_B$ kn = (-4 + 7) t = + 3 ton (gaya normal menarik batang)

MENGHITUNG DAN MENGGAMBAR BIDANG MOMEN (M)

